

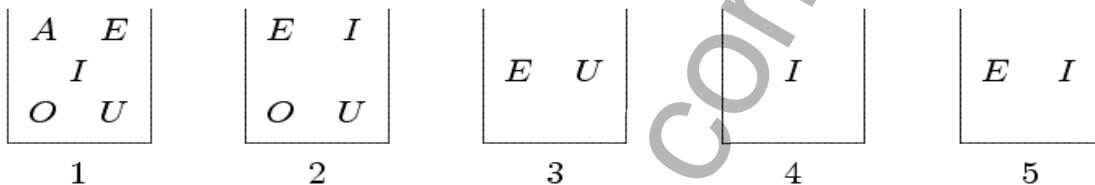
## Международно състезание "Европейско Кенгуру"

22 март 2008 г.

### ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. В пет кутии с номера от 1 до 5 са поставени по няколко карти, които са маркирани с буквите  $A$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $O$  и  $U$ , както е показано. Петър маха карти от кутиите така, че в крайна сметка във всяка кутия остава по една карта и различните кутии съдържат различни карти. Коя е картата в кутия 2?



- A)  $A$                       B)  $E$                       C)  $I$                       D)  $O$                       E)  $U$

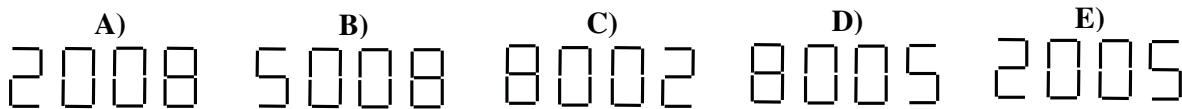
2. Борис и Сашо се състезават на 200 метра. Борис изминава разстоянието за половин минута, а Сашо успява да го стори за една стотна от един час. Кой от двамата е по-бърз и с колко секунди?

- A) Борис с 36 секунди                      B) Сашо с 24 секунди                      C) Борис с 6 секунди  
D) Сашо с 4 секунди                      E) двамата изминават разстоянието за еднакво време

3. Иво облякъл новата си коледна фланелка, на която била изобразена идващата Нова година:

2008

Заставайки пред голямото огледало вкъщи, той направил стойка на ръце с краката нагоре и надписът на фланелката се отразил в огледалото. Какво вижда братът му Косьо в огледалото, ако е в нормална стойка (стъпил на краката си)?

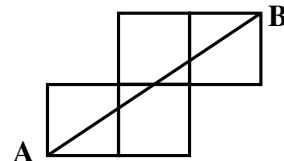


4. Ако  $a = 2 - (-4)$ ,  $b = (-2)(-3)$ ,  $c = 2 - 8$ ,  $d = 0 - (-6)$  и  $e = (-12) : (-2)$ , колко от числата  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$  не са равни на 6?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) 5

5. Намерете дължината на отсечката  $AB$ , ако дължината на страната на всяко от квадратчетата е равна на 1.

- A) 5                      B)  $\sqrt{13}$                       C)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$   
D)  $\sqrt{5}$                       E) друг отговор



6. Колко най-малко букви трябва да се премахнат от ЕВРОПЕЙСКО КЕНГУРУ така, че оставащите букви да бъдат в азбучен ред и да няма повтарящи се между тях?

- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

7. Всяка буква отговаря на определена цифра и на различните букви отговарят различни цифри. Коя цифра отговаря на буквата **К**?

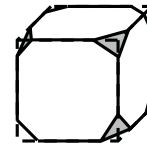
$$\begin{array}{r} \text{О К} \\ + \\ \text{К О} \\ \hline \text{А О А} \end{array}$$

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 8                      E) 9

8. Дадени са 2 еднакви книжни правоъгълника. С едно рязане по права линия на единия от тях Том получава 2 нови правоъгълника, всеки от които е с периметър 40 cm. Също с едно рязане по права линия на другия правоъгълник Джери получава 2 нови правоъгълника, всеки от които е с периметър 50 cm. Намерете периметъра на един от изходните правоъгълници.

- A) 40 cm                      B) 50 cm                      C) 60 cm                      D) 80 cm                      E) 100 cm

9. На куба са изрязани ъглите, както е показано на фигурата. Намерете броя на ръбовете на полученото тяло.



- A) 26                      B) 30                      C) 36                      D) 40                      E) 48

10. На един от тестовите получих 20 точки. Най-малко на колко теста трябва да се явя допълнително и да постигна максимален резултат на всичките, за да си осигуря среден резултат от 80 точки? Известно е, че тестовите се оценяват с по 100 точки.

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

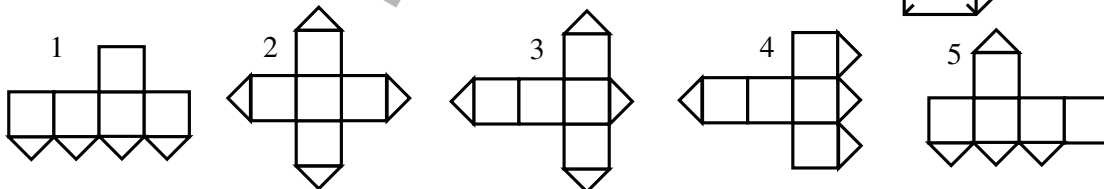
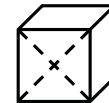
11. Една кутия съдържа 7 карти, които са номерирани с числата от 1 до 7. Росица си избира 3 карти по случаен начин, след което Стефан взема 2 карти от оставащите 4 също по случаен начин. Росица се обръща към Стефан с думите: "Знам със сигурност, че сумата от числата върху твоите карти е четно число." Намерете сумата от числата върху картите на Росица.

- A) 10                      B) 12                      C) 6                      D) 9                      E) 15

12. Бойко разполага с 10 карти, върху всяка от които е записано точно едно от числата 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53 и 68. Колко карти най-малко трябва да избере Бойко така, че сумата от числата върху избраните карти да е равна на 100?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) не е възможно да се направи

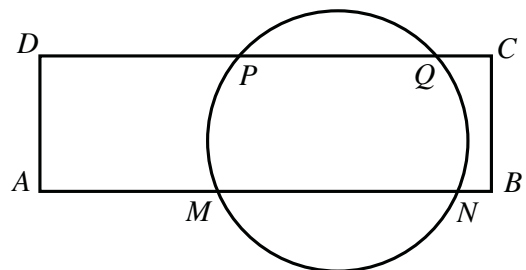
13. Една от стените на кубчето е разрязана по диагоналите, както е показано на чертежа. Кои от посочените развивки не са на кубчето?



- A) 1 и 3                      B) 1 и 5                      C) 3 и 4                      D) 3 и 5                      E) 2 и 4

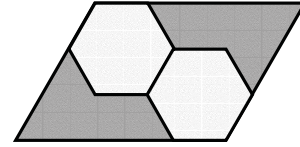
14. Правоъгълникът  $ABCD$  пресича окръжността от чертежа в точките  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$ , като  $DP = 4$ ,  $PQ = 5$  и  $AM = 3$ . Намерете дължината на отсечката  $MN$ .

- A) 6                      B) 7                      C)  $\frac{20}{3}$                       D) 8                      E) 9

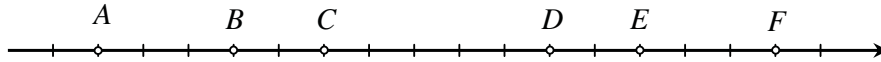


15. Двата шестоъгълника от чертежа са правилни и еднакви. Каква част от лицето на успоредника заемат те?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{2}{5}$       E)  $\frac{5}{12}$



16. Шест естествени числа са отбелязани върху числовата ос с помощта на точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  и  $F$ , като разположението им е отбелязано на чертежа. Известно е, че поне две от числата се делят на 3 и поне две от тях се делят на 5. Кои от тези шест числа се делят на 15? (Отбелязаните точки и чертички върху чертежа фиксират мерната единица.)



- A)  $A$  и  $F$       B)  $B$  и  $D$       C)  $C$  и  $E$       D) всичките      E) само едно от тях

17. Седемте джуджета са родени в един и същи ден, но в 7 последователни години. Общата възраст на трите най-млади джуджета е 42 години. Да се намери общата възраст на трите най-стари джуджета.

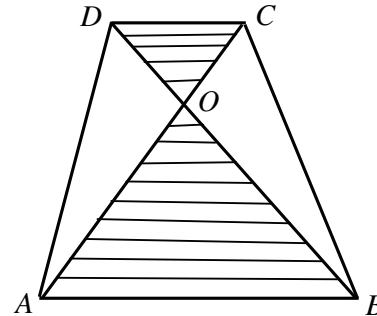
- A) 51      B) 54      C) 57      D) 60      E) 63

18. Колко най-много цифри трябва да се задраскат в 1000-цифреното число 20082008...2008, за да може сумата от цифрите на оставащото число да е равна на 2008?

- A) 564      B) 497      C) 500      D) 601      E) 746

19. Даден е трапец  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), диагоналите на който се пресичат в точка  $O$ . Дължините на основите  $AB$  и  $CD$  се отнасят както 7:3. Да се намери колко процента от лицето на трапеца е сумата от лицата на заштрихованите триъгълници  $ABO$  и  $CDO$ .

- A) 62,5%      B) 58%      C) 52%  
D) 50%      E) 47,5%



20. Намерете броя на двойките реални числа  $x$  и  $y \neq 0$ , за които сумата  $x + y$ , произведението  $xy$  и частното  $\frac{x}{y}$  имат една и съща стойност.

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 4      E) 8

21. Всяка цифра от третата нататък (включително и третата) в десетичния запис на едно 6-цифрено число е равна на сумата на предните две цифри. Намерете броя на 6-цифрените числа с това свойство.

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 4      E) 6

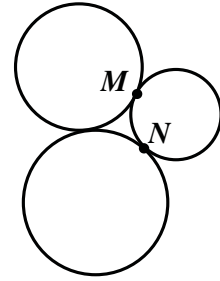
22. Три от стените на дървен куб са оцветени в червено, а другите три – в синьо. Кубът е разделен на 27 единични кубчета. Колко най-малко от единичните кубчета имат поне по една червена и по една синя стена?

- A) 6      B) 12      C) 14      D) 16      E) не може да се определи

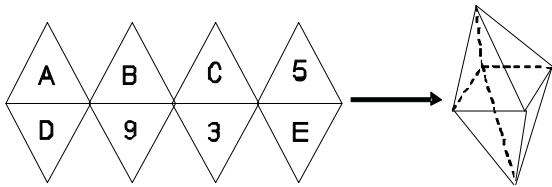
23. Ако  $n! = 1.2.3... (n-1).n$  и  $n! = 2^{15}.3^6.5^3.7^2.11.13$ , намерете  $n$ .

- A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

24. Три окръжности  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$  съответно с радиуси 1, 2 и 3, се допират външно, както е показано на чертежа. Ако  $M$  е общата точка на  $k_1$  и  $k_2$ , а  $N$  е общата точка на  $k_1$  и  $k_3$ , да се намери дължината на по-голямата дъга  $\widehat{MN}$  от  $k_1$ .



- A)  $\frac{5\pi}{4}$     B)  $\frac{5\pi}{3}$     C)  $\frac{\pi}{2}$     D)  $\frac{3\pi}{2}$     E)  $\frac{2\pi}{3}$

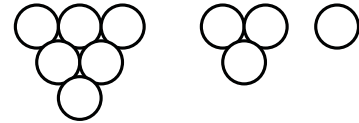


25. Дадена е развивката на пространствено тяло с 8 стени, която е съставена от 8 равностранни триъгълника. Тялото се нарича “магическо”, ако сумата от числата върху четирите стени във всеки връх на тялото е една и съща. Заместете буквите  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$  с

една от цифрите 2, 4, 6, 7 и 8, без да ги повтаряте, така че тялото да стане магическо. На колко е равна сумата  $B + D$ ?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

26. Показаните конструкции се наричат съответно 3-пирамида, 2-пирамида и 1-пирамида. По-общо, една конструкция е  $k$ -пирамида, ако първият ред в нея съдържа  $k$  топки, вторият ред съдържа  $(k-1)$  топки и т.н., последният ред съдържа 1 топка. Ако външните топки в една 9-пирамида са зелени, а останалите топки в нея са жълти, намерете броя на жълтите топки.



- A) 6    B) 10    C) 15    D) 21    E) 28

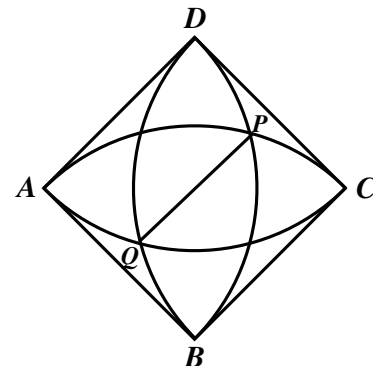
27. Квадрат  $4 \times 4$  е разделен на 16 единични квадратчета. Колко най-много диагонали могат да се начертаят в единичните квадратчета така, че никои два от тях да нямат обща точка (включително и краищата на диагоналите).

- A) 8    B) 9    C) 10    D) 11    E) 12

28. Скоковете на Кенго са дълги или по 1 m, или по 3 m. Кенго иска да се придвижи точно на 10 m разстояние. Намерете броя на всички възможности за това. (Имайте предвид, че например възможностите  $1+3+3+3$  и  $3+3+3+1$  се считат за различни.)

- A) 27    B) 28    C) 29    D) 30    E) 35

29. Фигурата е съставена от квадрат  $ABCD$  със страна 1 и 4 четвъртинки от окръжности с центрове  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Намерете дължината на отсечката  $PQ$ .



- A)  $2 - \sqrt{2}$     B)  $\frac{3}{4}$     C)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     E)  $\sqrt{3} - 1$

30. Намерете броя на 2007-цифрените числа, в десетичния запис на които всеки две последователни цифри образуват число, което е кратно на 17 или 23.

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 9    E) повече от 9