

## Международно състезание "Европейско Кенгуру"

24 март 2007 г.

### ТЕМА за 9 и 10 клас

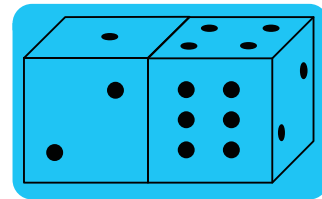
След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Три момчета имат общо 30 топки. Ако Бен даде 5 топки на Ген, Ген даде 4 на Ден, а Ден даде 2 на Бен, тримата ще имат по равен брой топки. Колко топки е имал Ден в началото?

- A) 8                      B) 9                      C) 11                      D) 13                      E) 15

2. Намерете сбора на точките върху невидимите стени на зарчетата.

- A) 15                      B) 12                      C) 7                      D) 27                      E) друг отговор



3. Анонсирайки резултатите от томболата, говорителят съобщил, че печеливши билети са тези, чиито номера са поне петцифрени числа и съдържат най-много три цифри, които са по-големи от 2. Намерете броя на печелившите билети, чиито номера са измежду числата: 1022, 22222, 102334, 213343 и 3042531.

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

4. Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $D$  е среда на  $AB$ ,  $E$  е среда на  $DB$ , а  $F$  е среда на  $BC$ . Да се намери лицето на  $\triangle AEF$ , ако лицето на  $\triangle ABC$  е 96.

- A) 16                      B) 24                      C) 32                      D) 36                      E) 48

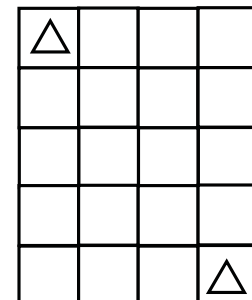
5. Роси разпределила събраните на плажа 2007 мидички поравно в 3 торбички  $A$ ,  $B$  и  $C$ , след което  $\frac{2}{3}$  от мидичките в  $A$  преместила в  $C$ . Намерете отношението на мидичките в  $A$  и  $C$ .

- A) 1:2                      B) 1:3                      C) 2:3                      D) 1:5                      E) 3:2

6. Една международна организация има 32 члена. Колко члена ще има организацията след 3 години, ако всяка година броят на членовете се увеличава с 50% в сравнение с предишната?

- A) 182                      B) 128                      C) 108                      D) 96                      E) 80

7. Царят (изобразен с триъгълниче) трябва да се придвижи с минимален брой ходове от горното ляво квадратче до долното дясно, като се премества само в съседни квадратчета по хоризонтал, вертикал или диагонал. Да се намери броят на различните маршрути.



- A) 129                      B) 20                      C) 16

- D) 8                      E) 4

8. В квадратчетата на таблицата трябва да се поставят буквите **R** и **G** така, че във всеки ред и всеки стълб да има точно по две букви **R** и по две букви **G**. Намерете стойностите на **XY** в този ред.

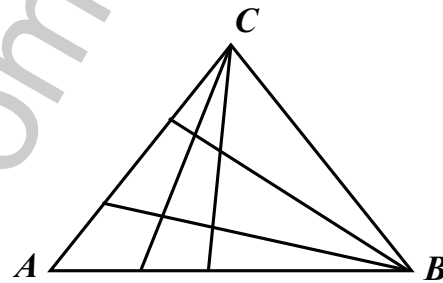
<b>R</b>		<b>R</b>	
		<b>R</b>	
	<b>X</b>		<b>G</b>
	<b>Y</b>		

- A) **RR**                      B) **RG**                      C) **GR**  
 D) **GG**                      E) не е възможно да се определи

9. Ако на различните букви съответстват различни цифри, намерете възможно най-малката стойност на израза  $2007 - KAN - GA - ROO$ .

- A) 100                      B) 110                      C) 112                      D) 119                      E) 129

10. От върховете **B** и **C** на  $\triangle ABC$  са прекарани по две отсечки към срещуположните страни, които разделят триъгълника на 9 незастъпващи се части. На колко незастъпващи се части ще се раздели триъгълникът, ако от върховете **B** и **C** се прекарат по четири отсечки към срещуположните страни?



- A) 16                      B) 25                      C) 36                      D) 42                      E) 49

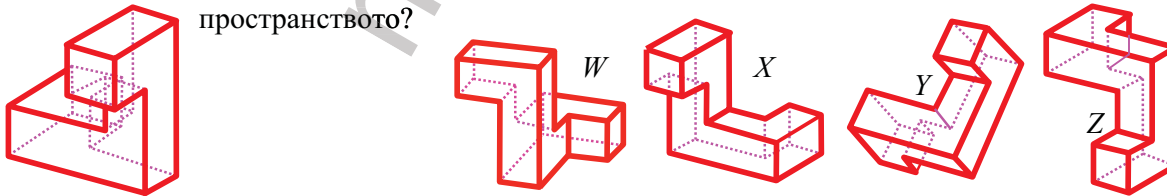
11. На един остров живеят само рицари и лъжци. Рицарите винаги казват истината, а лъжците винаги лъжат. Един ден 12 жители на острова, между които имало както рицари, така и лъжци, изказали няколко твърдения. Двама казали: “Точно двама от нас 12-те са лъжци. Други четирима казали: “Точно четирима от нас 12-те са лъжци.” Останалите шест казали: “Точно шестима от нас 12-те са лъжци.” Колко са лъжците измежду 12-те?

- A) 2                      B) 4                      C) 6                      D) 8                      E) 10

12. На каква степен трябва да се повдигне числото  $4^4$ , за да се получи  $8^8$ ?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 8                      E) 16

13. До кои от конструкциите може да бъде доведена дадената конструкция след ротация в пространството?

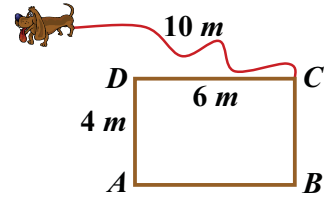


- A) **W** и **Y**                      B) **X** и **Z**                      C) само **Y**                      D) нито една                      E) **W**, **X** и **Y**

14. Участниците в Международното математическо състезание “Европейско Кенгуру” решавали една интересна задача. Оказало се, че броят на момчетата, които успели да решат задачата, бил равен на броя на момичетата, които не успели да се справят с тази задача. Кои са повече – тези, които са решили задачата, или момичетата?

- A) момичетата                      B) тези, които са решили задачата                      C) двата броя са равни  
 D) не е възможно да се отговори                      E) друг отговор

15. В ъгъла  $C$  на къщата от чертежа е вързано куче с помощта на въже, което е дълго  $10\text{ m}$ . Основата на къщата е правоъгълник  $ABCD$  с размери  $6\text{ m}$  и  $4\text{ m}$ . Да се намери обиколката в метри на областта, в която може да попадне кучето.



- A)  $20\pi$     B)  $22\pi$     C)  $40\pi$     D)  $88\pi$     E)  $100\pi$

16. Точно в 21:00 часа се движа с колата си със скорост  $100\text{ km/h}$ . Ако продължа с тази скорост, бензинът в резервоара ще ми стигне за  $80\text{ km}$ , а най-близката бензиностанция се намира на  $100\text{ km}$ . Количеството бензин, което е нужно, за да измина  $1\text{ km}$  с моята кола, е право пропорционално на скоростта на колата. Целта ми е да стигна до бензиностанцията възможно по-скоро. В колко часа може да стане това?

- A) 22:12    B) 22:15    C) 22:20    D) 22:25    E) 22:30

17. От равностранен триъгълник е изрязана една от ъгловите му части така, че е получен трапец. От хартия изрязваме втори трапец, еднакъв на първия, и залепваме двата трапеца по такъв начин, че да имат общо бедро и да образуват успоредник. Периметърът на получения успоредник е с  $10\text{ cm}$  по-голям от периметъра на равностранния триъгълник. Да се намери периметърът на равностранния триъгълник в сантиметри.

- A) 10    B) 30    C) 40    D) 60    E) данните са недостатъчни

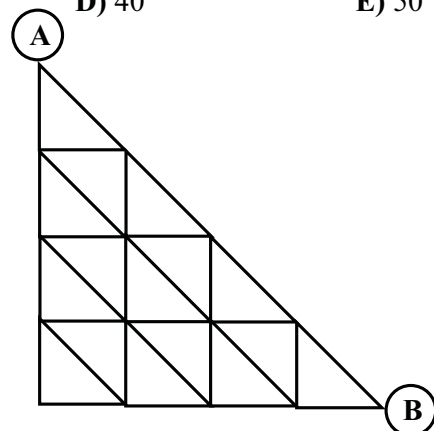
18. Думата KANGAROO (в превод от английски език означава кенгуру) е написана 20 пъти една след друга: KANGAROOKANGAROO... KANGAROO. Задраскват се всички букви, които стоят на нечетни места. В новата последователност от букви отново се задраскват буквите на нечетни места и този процес продължава, докато накрая остане една буква. Коя е оставащата буква?

- A) K    B) A    C) N    D) G    E) O

19. Две училища организират съревнование по тенис на маса помежду си. В съревнованието участват по 5 ученици от всяко училище, като се играят срещи на двойки. Всички възможни двойки от участниците от едното училище се срещат точно по веднъж с всички възможни двойки от участниците от второто училище. По колко срещи трябва да изиграе всеки ученик?

- A) 10    B) 20    C) 30    D) 40    E) 50

20. Правоъгълният триъгълник от чертежа е разделен на по-малки правоъгълни триъгълничета. От точката  $A$  трябва да се стигне в точката  $B$ , като се разрешава преместване от връх във връх по хипотенузите на по-малките триъгълничета надолу и надясно или по техните катети отново само надолу и надясно. Намерете броя на различните маршрути от  $A$  до  $B$ .



- A) 16    B) 27    C) 64    D) 90    E) 111

21. Всеки двама от жителите на едно село са с различен брой косми на главата. Няма жител с точно  $2007$  косми на главата. Джо е с най-много косми, а броят на жителите на селото е по-голям от броя на космите на главата на Джо. Намерете възможно най-големият брой жители на селото.

- A) 1    B) 2006    C) 2007    D) 2008    E) 2009

22. Монета с радиус 1 см се търкаля по външността на правилен шестоъгълник със страна 1 см. Намерете дължината в сантиметри на една пълна обиколка на центъра на монетата.

- A)  $6 + \frac{\pi}{2}$       B)  $6 + \pi$       C)  $12 + \pi$       D)  $6 + 2\pi$       E)  $12 + 2\pi$

23. Около окръжност е описан правилен триъгълник с лице  $S_1$ , а в окръжността е вписан правилен шестоъгълник с лице  $S_2$ . Върховете на шестоъгълника през един образуват правилен триъгълник с лице  $S_3$ . Посочете вярната зависимост.

- A)  $S_2 = \sqrt{S_1 S_3}$       B)  $S_2 = \frac{S_1 + S_3}{2}$       C)  $S_1 = S_2 + S_3$       D)  $S_2 = \sqrt{S_1^2 S_3^2}$       E)  $S_1 = S_2 + 3S_3$

24. С  $A$  е означено най-малкото естествено число, за което числото  $10.A$  е точен квадрат, а числото  $6.A$  е точен куб. Намерете броя на делителите на  $A$ .

- A) 30      B) 40      C) 54      D) 72      E) 96

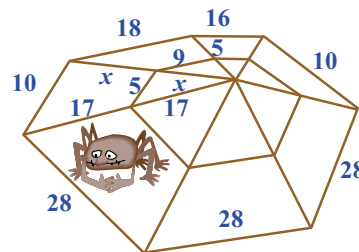
25. В един сейф има дамски колиета с един и същ брой диаманти върху тях. Известно е, че броят на всички диаманти, който е число между 200 и 300, определя еднозначно броя на колиетата. Намерете броя на колиетата в сейфа.

- A) 16      B) 17      C) 19      D) 25      E) друг отговор

26. Центровете на две окръжности лежат на един от диагоналите на квадрат със страна 1. Окръжностите се допират външно една до друга и всяка от тях се допират до две от страните на квадрата. Да се намери сумата от радиусите на двете окръжности.

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       C)  $\sqrt{2} - 1$       D)  $2 - \sqrt{2}$       E) не може да се определи

27. Един паяк-математик направил паяжина с показаните на чертежа размери. Да се намери  $x$ , ако стойността му е цяло число.



- A) 11      B) 13      C) 15      D) 17      E) 19

28. Петима души решават да направят томбола, като всеки осигурява по един подарък. По колко различни начина могат да се разпределят петте подаръка между петимата, ако никой не получава собствения си подарък?

- A) 5      B) 10      C) 44      D) 50      E) 120

29. Ако  $a$  и  $b$  са реалните корени на уравнението  $x^2 - 3x + 1 = 0$ , да се намери  $a^3 + b^3$ .

- A) 12      B) 14      C) 16      D) 18      E) 24

30. Да се пресметне сумата  $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ .

- A)  $\frac{999}{1000}$       B)  $\frac{99}{100}$       C)  $\frac{9}{10}$       D) 9      E) 1