

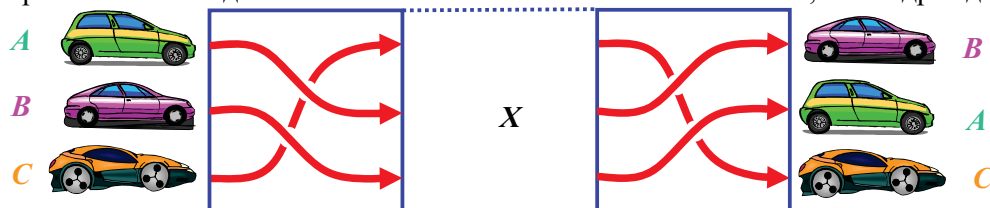
Международно състезание “Европейско Кенгуру”

24 март 2007 г.

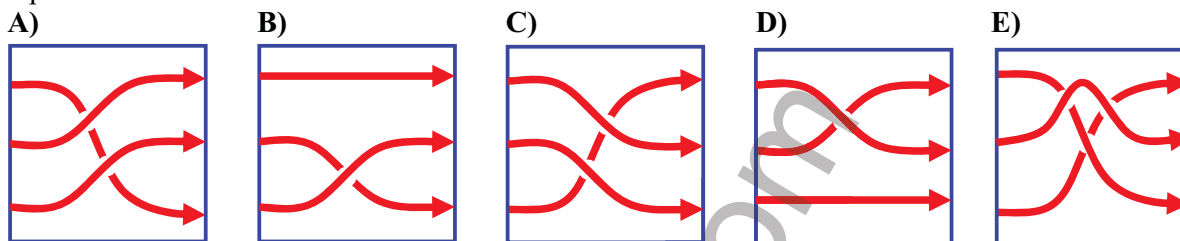
ТЕМА за 11 и 12 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Майк прави план на едно автомобилно състезание. Той забелязал, че подредането на



колите в края се различава от подредането им в началото на състезанието. Коя от посочените части на маршрута трябва да се постави на мястото на X, за да бъде планът коректен?

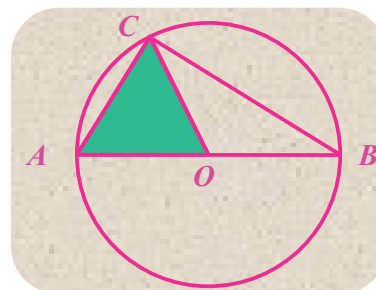


2. Три момчета имат общо 30 топки. Ако Бен даде 5 топки на Ген, Ген даде 4 на Ден, а Ден даде 2 на Бен, тримата ще имат по равен брой топки. Колко топки е имал Ден в началото?

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 12 E) 13

3. Лицето на по-тъмната част от фигурата е $\sqrt{3}$. Колко е лицето на $\triangle ABC$?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 2 C) 5 D) 4 E) $4\sqrt{3}$



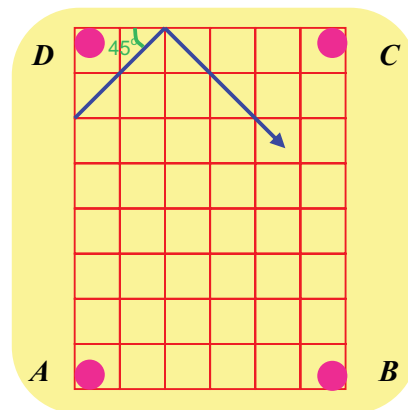
4. Намерете стойността на израза $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ}$.

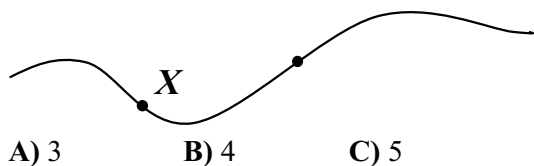
- A) 0 B) $\text{tg} 1^\circ$ C) $\text{cotg} 1^\circ$ D) $\frac{1}{89}$ E) 1

5. Билиардна топка среща борда на масата под ъгъл 45° . В кой от джобовете (отбелязани с черни точки) ще попадне тя?

- A) A B) B C) C D) D

E) няма да попадне в нито един от джобовете



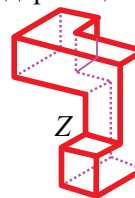
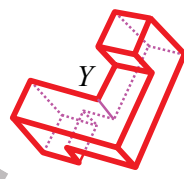
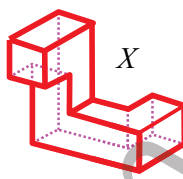
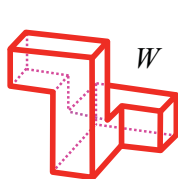
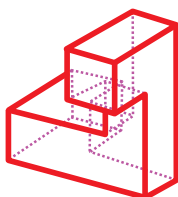


6. За построяване на правоъгълен триъгълник древните египтяни са използвали връв с два възела на нея. Ако дължината на връвта е 12 м и един от възлите е в точката X , която е връх на правия ъгъл и която е на разстояние 3 м от единия край, на какво разстояние от другия край на връвта трябва да се намира вторият възел?

7. За да бъдат приети в университета, кандидат-студентите трябва да решат правилно поне 80% от задачите в теста. Един кандидат-студент работил върху 15 задачи, решил вярно 10 от тях, но не могъл да се справи с 5. Ако реши успешно останалите задачи, кандидат-студентът ще има точно 80% успеваемост. Колко са всичките задачи в теста?

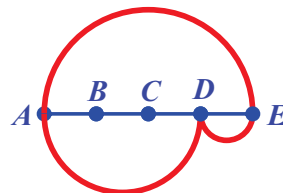
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

8. До кои от конструкциите може да бъде доведена дадената конструкция след ротация в пространството?



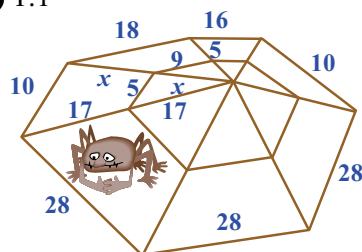
A) W и Y B) X и Z C) само Y D) нито една E) W , X и Y

9. Отсечката AE е разделена на 4 равни части посредством точките B , C и D в този ред отляво надясно. Построени са полуокръжности с диаметри отсечките AE , AD и DE , при което са получени два пътя от A до E – горен и долен (вж. чертежа). Намерете отношението на дължините на двата пътя.



A) 1:2 B) 2:3 C) 2:1 D) 3:2 E) 1:1

10. Един паяк-математик направил паяжина с показаните на чертежа размери. Да се намери x , ако стойността му е цяло число.



A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

11. В равнината е построен квадрат $ABCD$ със страна 1, след което са построени всички квадрати, които имат поне два общи върха с $ABCD$. Да се намери лицето на получената по този начин фигура.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. Ъгъл β е с 25% по-малък от ъгъл γ и с 50% по-голям от ъгъл α . С колко процента ъгъл γ е по-голям от ъгъл α ?

A) 25% B) 50% C) 75% D) 100% E) 125%

13. Ако $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, където x и y са цели числа, да се намери x .

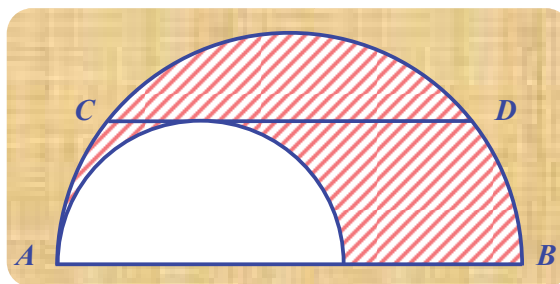
A) 0 B) 3 C) -1 D) 1 E) 2

14. Да се намери стойността на израза $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$.

A) 1 B) π C) 0 D) 10 E) -1

15. На чертежа са дадени две полуокръжности. Хордата CD е с дължина 4, успоредна е на диаметъра AB на по-голямата полуокръжност и се допира до по-малката. Намерете лицето на заштрихованата част.

- A) π B) $1,5\pi$ C) 2π
D) 3π E) данните не са достатъчни



16. Сумата на 5 последователни цели числа е равна на сумата на следващите 3 цели числа. Намерете най-голямото от тези 8 числа.

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 11 E) друг отговор

17. Тони е родена в деня на 20-ия рожден ден на майка си и затова двете празнуват заедно рождените си дни. Колко пъти числото, което задава точните години на Тони, може да е делител на числото, което задава точните години на нейната майка?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

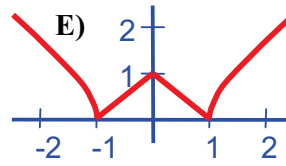
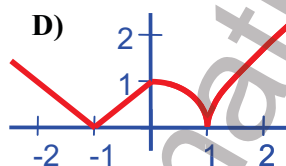
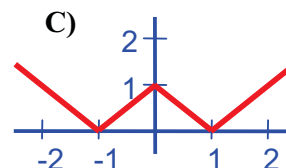
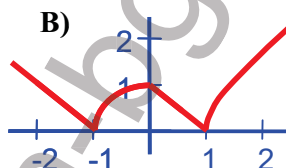
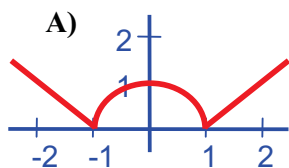
18. На един остров живеели само рицари и лъжци, като рицарите казвали винаги истината, а лъжците винаги лъжели. Островитянинът A бил попитан за самия него и за островитянина B дали казват истината. Той отговорил, че поне един от двамата е лъжец. Кое от посочените твърдения е вярно?

- A) не е възможно A да е дал такъв отговор B) двамата са лъжци
C) двамата са рицари D) A е лъжец, а B е рицар E) B е лъжец, а A е рицар

19. Дадена е сфера с радиус 3 и център в началото на правоъгълна координатна система в пространството. Намерете броя на точките върху сферата, които имат целочислени координати.

- A) 30 B) 24 C) 12 D) 6 E) 3

20. Кой от посочените чертежи е графика на функцията $y = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$?



21. Ако x е цяло число, кое от посочените по-долу числа не може да се запише във вида $x + \sqrt{x}$?

- A) 870 B) 110 C) 90 D) 60 E) 30

22. Да се намери $g(x)$, ако $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ и $f(g(x)) = x$.

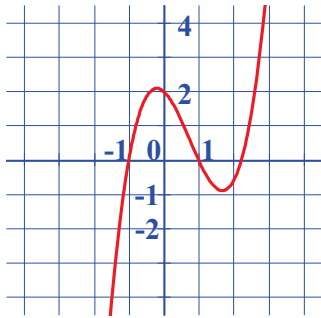
- A) $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ B) $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ C) $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ D) $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$ E) друг отговор

23. На дъската са написани пет единици една до друга 1 1 1 1 1. Кое от посочените по-долу числа не може да се получи от тези пет единици с поставяне на някои от знаците за събиране, изваждане, умножение или деление между тях, както евентуално и на скоби?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 100

24. Да се намери острият ъгъл на ромб, дължината на страната на който е средното геометрично на дължините на диагоналите му.

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°



25. На чертежа е показана част от графиката на функцията $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Да се намери стойността на коефициента b .

- A) -4 B) -2 C) 0
D) 2 E) 4

26. Да се намери броят на реалните числа a , за които квадратното уравнение $x^2 + ax + 2007 = 0$ има два цели корена.

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) друг отговор

27. Разстоянието между два кръстосани ръба на правилен тетраедър е 6 см. Да се намери обемът на тетраедъра в кубични сантиметри.

- A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 144

28. Петима души решават да направят томбола, като всеки осигурява по един подарък. По колко различни начина могат да се разпределят петте подаръка между петимата, ако никой не получава собствения си подарък?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

29. Цифрите от редицата 123451234512345... попълват клетките на квадратна мрежа спираловидно, като се започне от цифрата 1 в центъра (вж. фигурата). Коя е цифрата в 100-ното квадратче над първоначалната единица?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



30. Редицата 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... съдържа последователните степени на 3 и онези числа, всяко от които се представя като сума на различни степени на 3. Да се намери 100-ият член на редицата.

- A) 150 B) 981 C) 1234 D) 2401 E) 3^{100}