

Международно състезание "Европейско Кенгуру"

18 март 2006 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Кое число се намира по средата между числата 2006 и 6002?

- A) 3996 B) 4002 C) 4003 D) 4004 E) 4005

2. Колко са 4-цифрените числа с различни цифри, които се делят на 2006?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Кое е най-малкото 10-цифрено число, което може да се получи чрез поставяне едно до друго на числата 309, 41, 5, 7, 68 и 2?

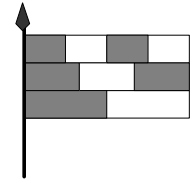
- A) 1 234 567 890 B) 1 023 456 789 C) 3 097 568 241 D) 2 309 415 687 E) 2 309 415 678

4. Колко пъти между 00:00 и 23:59 електронният часовник показва едновременно цифрите 2, 0, 0 и 6?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Знамето вдясно е съставено от 3 ивици, най-долната от които е разделена на 2 равни части, средната – на 3 равни части, а най-горната – на 4 равни части. Каква част от лицето на знамето е затъмнена?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{9}$



6. Часовникът на баба избързва с 1 минута на всеки час, а часовникът на дядо изостава с половин минута на всеки час. Когато тръгнах от тях за вкъщи, часовниците им бяха сверени и им съобщих, че ще се прибера у дома точно когато разликата на двата часовника стане 1 час. За колко часа ще стигна до вкъщи от дома на баба и дядо?

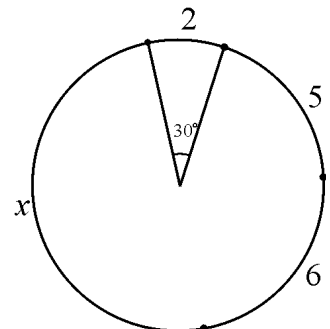
- A) 12 B) 14,5 C) 40 D) 60 E) 90

7. Според Камен 25% от книгите у тях са романи, а $\frac{1}{9}$ са поезия. Колко книги има в дома на Камен, ако броят им е между 50 и 100?

- A) 50 B) 56 C) 64 D) 72 E) 93

8. Една окръжност е разделена на дъги, чиито дължини в сантиметри са съответно 2, 5, 6 и x . На колко е равно числото x , ако централният ъгъл, който отговаря на дъгата с дължина 2 см, е 30° ?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11



9. Едно пакетче бонбони “Кенди” струва 9 евро цента. Във всяко пакетче има по едно талонче, като срещу 3 талончета може да се получи безплатно ново пакетче бонбони “Кенди”. С колко най-много пакетчета бонбони “Кенди” може да се сдобие Калин, ако разполага с 1 евро и 41 евро цента? (1 евро = 100 евро цента)

- A) 23 B) 15 C) 20 D) 21 E) 22

10. Положителните числа a, b, c, d и e изпълняват условията $ab = 2, bc = 3, cd = 4$ и $de = 5$. На колко е равна стойността на $\frac{e}{a}$?

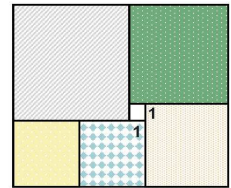
- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) не е възможно да се определи

11. Една нетактична съседка попитала г-жа Георгиева на колко години е. Последната отговорила така: “Ако живея 100 години, годините ми сега са $\frac{4}{3}$ от половината години, които ми остават до края на живота.” На колко години е г-жа Георгиева сега?

- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

12. Правоъгълникът вдясно е разделен на 6 квадрата. Колко сантиметра е дължината на страната на най-големия квадрат, ако най-малкият е със страна 1 см?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



13. Коя от посочените цифри отговаря на буквата **G** в ребуса по-долу, ако на различните букви отговарят различни цифри, а на еднаквите букви отговарят еднакви цифри?

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ + \text{K A G} \\ \text{K N G} \\ \hline 2006 \end{array}$$

- A) 9 B) 3 C) 4 D) 7 E) 2

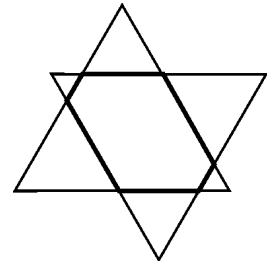
14. Решавайки една от задачите в темата за Международното математическо състезание “Европейско Кенгуру”, Момчил формулирал следните верни твърдения:

1. ако отговор **A)** е верен, то отговор **B)** е също верен;
2. ако отговор **C)** не е верен, то отговор **B)** също не е верен;
3. ако отговор **B)** не е верен, то **D)**, както и **E)**, не са верни.

Кой е верният отговор? (Вземете предвид, че в Международното математическо състезание “Европейско Кенгуру” точно един от посочените отговори е верен!)

- A) отговор A) B) отговор B) C) отговор C) D) отговор D) E) отговор E)

15. Всеки от двата триъгълника вдясно е равностранен и е с периметър 9 см. Триъгълниците се застъпват, както е показано, като страните им са две по две успоредни. На колко сантиметра е равен периметърът на получената по този начин 6-ъгълна звезда?



- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

16. Колко цифри най-много може да има едно число, ако всяка двойка съседни негови цифри образува число, което е точен квадрат?

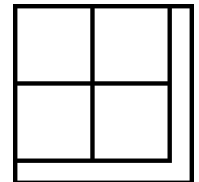
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 10

17. В една кутия има 36 двуцветни топки: 15 червено-сини, 12 синьо-зелени и 9 зелено-червени. Колко топки най-малко трябва да се извадят от кутията (със затворени очи), за да е сигурно, че измежду извадените топки поне 7 имат един и същ общ цвят?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

18. Квадрат с лице 125 cm^2 е разделен на 5 части с едно и също лице – четири квадрата и една фигура с формата на завъртяна латинска буква L. На колко сантиметра е равна дебелината на буквата L?

- A) 1 B) 1,2 C) $2(\sqrt{5}-2)$ D) $3(\sqrt{5}-1)$ E) $5(\sqrt{5}-2)$



19. Ако сумата на 3 положителни числа е равна на 20, то произведението на две от числата, които не са по-малки от третото, не може да е:

- A) по-малко от 100 B) по-голямо от 100 C) равно на 99
D) по-малко от 99 E) по-голямо от 99

20. Кой от посочените триъгълници не съществува?

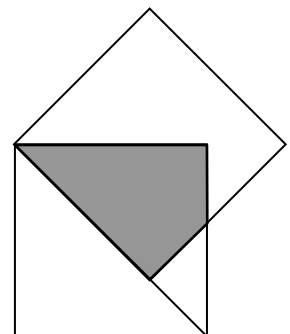
- A) Триъгълник с взаимно перпендикулярни симетрали на две от страните му.
B) Триъгълник с две взаимно перпендикулярни медиани.
C) Триъгълник с две взаимно перпендикулярни височини.
D) Триъгълник с две взаимно перпендикулярни вътрешни ъглополовящи.
E) Триъгълник с два остри ъгъла.

21. Колко са лъжците измежду 7 души, които на въпроса: “Колко са лъжците между вас?” отговарят, както следва: първият: “Един”; вторият: “Двама”; третият: “Трима”; и т.н. ... седмият: “Седем”? (Вземете предвид, че всеки лъжец винаги лъже, а всеки, който не е лъжец, винаги казва истината.)

- A) 7 B) 6 C) 2 D) 1 E) друг отговор

22. Два квадрата със страна 1 имат общ връх, като страната на единия лежи върху диагонала на другия, както е показано вдясно. На колко е равно лицето на общата част на двата квадрата?

- A) $\sqrt{2}-1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$



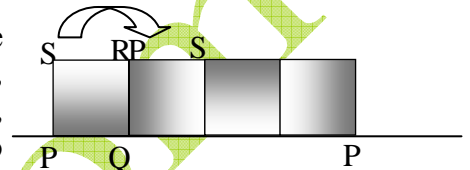
23. Семейството на Момчил се състои от баща му, майка му и няколко деца. Средната възраст на цялото семейство е 18 години. Ако не се смята бащата, който е на 38 години, средната възраст на семейството е 14 години. Колко са децата в семейството на Момчил?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24. Върху окръжност са отбелязани числата 1, 2 и 3. Сборът на всеки две съседни числа се записва между тях, при което се получават общо 6 числа: 1, 3, 2, 5, 3 и 4. Операцията се повтаря още 4 пъти и общият брой на числата върху окръжността става 96. На колко е равен сборът на тези числа?

- A) 486 B) 2187 C) 1458 D) 4374 E) 998

25. Квадратът $PQRS$ със страна 10 cm се търкаля без приплъзване по права линия. Първоначално точките P и Q са върху правата, както е показано вдясно, а първото търкаляне е около точката Q , при което тя остава неподвижна. Търкалянето продължава до момента, в който точката P се върне отново върху правата. На колко сантиметра е равна дължината на пътя, който изминава P ?



- A) 10π B) $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$ C) $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$ D) $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$ E) $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

26. Всяка от стените на куб е оцветена в различен цвят. Колко различни куба могат да се получат по този начин?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 60 E) 120

27. Числото 257 има 3 различни цифри и огледалното му число 752 (т.е. числото, четено отзад напред) е по-голямо от него. Колко трицифрени числа имат това свойство?

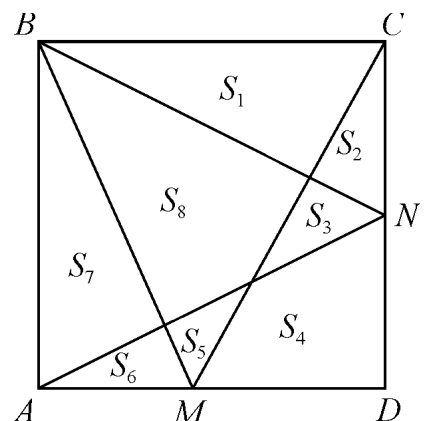
- A) 124 B) 252 C) 280 D) 288 E) 360

28. Нека Y е сумата от цифрите на числото X , а Z е сумата от цифрите на числото Y . Колко са естествените числа X , за които $X + Y + Z = 60$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) повече от 3

29. Точките M и N са избрани по произволен начин съответно върху страните AD и DC на квадрата $ABCD$ вдясно. След това квадратът е разделен на 8 части с лица S_1, S_2, \dots, S_8 . Кой от изразите е равен винаги на S_8 ?

- A) $S_2 + S_4 + S_6$ B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$ C) $S_1 + S_4 + S_7$
D) $S_2 + S_5 + S_7$ E) $S_3 + S_4 + S_5$



30. Крайният резултат от един футболен мач е 5:4 за домакините. Ако е известно, че домакините са отбелязали първи гол и по време на целия мач са поддържали водачеството, по колко различни начини е възможно да се е движил резултатът?

- A) 17 B) 13 C) 20 D) 14 E) 9