

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА

Предварителен изпит – тест по математика

Тема 3 (25 април 2009 г.)

1. Допустимите стойности на израза $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{2+2x} \cdot \frac{(1+x)^2}{x}$ са:
- а) $x \neq 1$ и $x \neq 0$; б) $x \neq 1$; в) $x \neq 0$; г) $x \neq \pm 1$ и $x \neq 0$.
2. Множеството от стойностите на функцията $y = x^2$ при $x \in [-1, 2]$ е:
- а) $[0, 4]$; б) $[-1, 0]$; в) $[0, 2]$; г) $[1, 4]$.
3. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 3x - 5 = 0$, то стойността на израза $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ е:
- а) $-13/25$; б) $11/18$; в) $19/25$; г) $3/8$.
4. Решенията на неравенството $\left(\frac{1}{2}\right)^{(x+1)^2} < \frac{1}{16}$ са:
- а) $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$; б) $x \in (1, +\infty)$; в) $x \in (-\infty, -3)$; г) $x \in (-3, 1)$.
5. Четвъртият член на аритметична прогресия е 10, а седмият ѝ член е 19. Първият член е:
- а) 2; б) 1; в) -1; г) -2.
6. Решенията на уравнението $\log_2 x + \log_x 4 = 3$ са:
- а) 1 и 2; б) 2 и 4; в) 3 и 4; г) 4 и 6.
7. Лицето на равнобедрен триъгълник с радиус на вписаната окръжност $r = \sqrt{3}/6$ е:
- а) $\sqrt{3}/4$; б) $\sqrt{15}/12$; в) $1/2$; г) 1.
8. Правоъгълен трапец с дължини на основите 2 и 1 е описан около окръжност. Радиусът на тази окръжност е:
- а) 1; б) $1/3$; в) $2/3$; г) 2.
9. В ромб със страна 5 и лице 24 дължините на диагоналите са:
- а) 6, 8; б) 3, 16; в) 2, 24; г) 5, 9.
10. Обемът на триъгълна пирамида, в която три от ръбовете са два по два взаимно перпендикулярни и имат дължини 1, 2 и 3 е равен на:
- а) 2; б) 1; в) 6; г) 3.
11. Да се реши уравнението $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3$.
12. Да се реши неравенството $\log_4 \frac{x-1}{x+1} < \sin \frac{5\pi}{6}$.
13. Да се намерят всички решения на уравнението $\cos x + \cos 3x = \cos 2x + \cos 4x$, които принадлежат на интервала $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
14. В правоъгълен триъгълник ABC върху катетите AC и BC , с дължини съответно 3 и 4, са избрани точки M и N ($M \in AC$, $N \in BC$) така, че $AM : MC = CN : NB = t$ ($t \geq 0$), а P е точка от хипотенузата AB и $AP : PB = 4$. Да се докаже, че:
- а) лицето на триъгълника MNP е $S = \frac{6t^2 + 24}{5(t+1)^2}$;
- б) $\frac{24}{5} \geq S \geq \frac{24}{25}$.
15. Основа на права призма $ABCA_1B_1C_1$ е триъгълникът ABC , с радиус на описаната окръжност $R = 7\sqrt{3}/3$, $AB = 5$ и $\angle BAC = 60^\circ$. В призмата може да се впише сфера. Да се намерят радиусът на сферата и обемът на призмата.