ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПРИМЕРЕН ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА

2009 г

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако $a=\sqrt{625}$, $b=\left(49^3\right)^{\frac{1}{2}}$, $c=\left(\left(\frac{1}{64}\right)^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}$, то :

   а) $a=b=c$; б) $a<b<c$; в) $b<a<c$; г) $c<a<b$; д) $c<b<a$.

2. Изразът $\left(x-\sqrt{2x-1}\right)\left(x+\sqrt{2x-1}\right)$ при $x\geq\frac{1}{2}$ е тъждествено равен на :

   а) x^2-1; б) $(x-1)^2$; в) $\left(x^2-1\right)^2$; г) $(x+1)^2$; д) x^2+1.

3. Ако единият корен на уравнението $\left(2^x-2\right)\sqrt{x^2-9x+8}=0$ е 1, то другият корен е:

   а) 1; б) 2; в) 5; г) 8; д) 9.

4. Стойностите на променливата x, за които стойностите на функцията $f(x)=x^2-11x+10$ са отрицателни числа, са :

   а) $(-\infty\,;1)$; б) $(-1\,;1)$; в) $(0\,;1)$; г) $(1\,;10)$; д) $(10\,;+\infty)$.

5. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2-5x-1=0$, то стойността на израза $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ е :

   а) $\frac{5}{2}$; б) $-\frac{5}{2}$; в) 5; г) -5; д) $\frac{7}{2}$.

6. Сборът на първите 10 члена на аритметична прогресия е 10. Ако разликата на прогресията е $d=-2$, то първият член на тази прогресия е :

   а) 25; б) 23; в) 20; г) 16; д) 10.

7. Броят на членовете на крайна геометрична прогресия с първи член 2, частно $q=-\frac{1}{2}$ и последен член $\frac{1}{32}$ е :

   а) 5; б) 6; в) 7; г) 8; д) 9.

8. Ако $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}2\alpha$ е :

а) 1; б) $-\frac{12}{13}$; в) $\frac{12}{13}$; г) $\frac{120}{119}$; д) $-\frac{120}{119}$.

9. Изразът $\frac{1-\sin^2 22^o30'}{2\cos^2 15^o - 1}$ е равен на :

а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$; в) $\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$; г) $\frac{-2-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$; д) $\frac{2-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$.

10. Вероятност на случайно събитие **НЕ** може да бъде числото :

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$; б) $\cos\frac{3\pi}{10}$; в) $\log_5 6$; г) $\sin\frac{7\pi}{15}$; д) 1.

11. Медианата на множеството от данни 13, 1, 11, 5, 3, 7, 8, 9 е равна на :
а) 7; б) 7,5; в) 8; г) 8,5; д) 9.

12. В кутия с 15 детайла 6 са дефектни. Вероятността от 4 случайно извадени от кутията детайла и четирите да са дефектни е :

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{15}$; в) $\frac{15}{4}$; г) $\frac{1}{91}$; д) $\frac{1}{60}$.

13. Триъгълникът със страни 9 *cm*, 40 *cm*, 41 *cm* е :
а) равностранен; б) равнобедрен; в) правоъгълен;
г) тъпоъгълен; д) с две равни височини.

14. Радиусът на описаната окръжност около $\triangle ABC$, $AB = 4\sqrt{3}\,cm$, $\measuredangle BAC = 75^o$, $\measuredangle ABC = 45^o$ е равен на :

а) $3\sqrt{3}\,cm$; б) $4\,cm$; в) $4\sqrt{3}\,cm$; г) $2\sqrt{2}\,cm$; д) $8\,cm$.

15. Лицето на ромб с остър ъгъл 45^o и радиус на вписаната окръжност 2 *cm* е :
а) 48 cm^2; б) 60 cm^2; в) 80 cm^2; г) $32\sqrt{2}$ cm^2; д) $16\sqrt{2}$ cm^2.

16. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ с катет $AC = 8\,cm$ и медиана $CM = 5\,cm$ към хипотенузата AB. Разстоянието между центровете на вписаните окръжности в $\triangle AMC$ и $\triangle BMC$ е равно на :

а) $\frac{5\sqrt{13}}{6}$ *cm*; б) 3 *cm*; в) 4 *cm*; г) $5\sqrt{13}$ *cm*; д) 6 *cm*.

17. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = x^2 - 8x + 7$ в затворения интервал $[2\,;\,3]$ е равна на :

а) 2; б) 1; в) -5; г) -9; д) -10.

18. Най-малката стойност на функцията $f(x) = 2^{\sin x}$ е равна на :

а) $\frac{1}{2}$; б) 1; в) 2; г) 3; д) π.

19. Произведението на най-голямата и най-малката стойност на функцията $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ в затворения интервал $[-1 ; 1]$ е равно на :

а) -121; б) -144; в) 121; г) 144; д) 1.

20. Основата на триъгълна пирамида е равностранен триъгълник със страна 6 *cm*. Околните стени на пирамидата сключват с основата равни ъгли с големина 60^o. Височината към основата на пирамидата е :

а) $3\sqrt{3}\,cm$; б) $3\,cm$; в) $6\sqrt{3}\,cm$; г) $7\,cm$; д) $7\sqrt{3}\,cm$.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. За всеки получен и обоснован верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговор на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши уравнението $\sqrt{\frac{10+x}{x}} + \sqrt{\frac{10-x}{x}} = \sqrt{6}$.

22. Да се реши неравенството $\left(x^2+1\right)\left(x^2+x+1\right)\left(x^2-5x+6\right) < 0$.

23. Да се реши уравнението $\log_3\left(x^2-4x-5\right) = 2\log_9(7-3x)$.

24. Да се намерят всички корени на уравнението $\cos 2x\left(\sin x - \sqrt{3}\cos x\right) = 0$, които принадлежат на затворения интервал $\left[\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{3}\right]$.

25. Около окръжност е описан равнобедрен трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$. Общата точка M на бедрото BC и окръжността го разделя на отсечки $BM = 9\,cm$, $MC = 4\,cm$. Да се намери лицето на трапеца $ABCD$.

26. От 50 топки 17 са боядисани в синьо, 13 – в червено, а останалите – в зелено. Да се намери вероятността случайно избрана топка да е боядисана в синьо или в зелено.

27. Да се намери дефиниционната област на функцията $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x^2-4}}}$.

28. Да се намери локалният максимум на функцията $f(x) = \sqrt{x} - x + 2$.

29. В правилна четириъгълна пирамида околният ръб сключва с основата ъгъл с големина 45°. Да се намери тангенсът на ъгъла между две съседни околни стени на пирамидата.

30. Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които уравнението :

$$25^x + (a-1)5^x + 2a + 3 = 0$$

има единствено решение.

ОТГОВОРИ

1) г;	2) б;	3) г;	4) г;	5) г;	6) д;	7) в;
8) д;	9) б;	10) в;	11) б;	12) г;	13) в;	14) б;
15) д;	16) а;	17) в;	18) а;	19) г;	20) б;	21) б;

22) (2 ; 3); 23) $x = -3$; 24) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right\}$; 25) $156\,cm^2$ 26) $\frac{37}{50}$;

27) $\left(-\sqrt{5}; -2\right] \cup \left[2; \sqrt{5}\right)$; 28) $\frac{9}{4}$; 29) $-2\sqrt{2}$; 30) $a \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup \{-1\}$.