



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛ. ОХРИДСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
24 ЮЛИ 2008 г.

ТЕМА 2

Задача 1. Да се реши неравенството $2\sqrt{2}x - 3 \leq 3x - 2\sqrt{2}$.

Задача 2. Диагоналите AC и BD на изпъкналия четириъгълник $ABCD$ се пресичат в точка O . Нека точките M , N , P и Q са среди съответно на страните AB , BC , CD и DA . Да се намери лицето на четириъгълника $MNPQ$, ако $AC = \sqrt{8}$, $BD = 6$ и $S_{AOB} - S_{BOC} = 90^\circ$.

Задача 3. Да се реши уравнението $2 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 5 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 2 = 0$.

Задача 4. Даден е триъгълник ABC с ъгли $S_{ABC} = 30^\circ$ и $S_{ACB} = 15^\circ$. Да се намери периметърът на триъгълника ABC , ако височината му през върха C е равна на 4.

Задача 5. Да се реши системата уравнения
$$\begin{cases} 2^{\lg x} + 3^{\lg y} = 5 \\ 2^{\lg x} \cdot 3^{\lg y} = 4 \end{cases}$$
.

Задача 6. Нека p е реално число такова, че уравнението $x^2 - x + p = 0$ има реални корени x_1 и x_2 . Да се намери стойността на параметъра p така, че стойността на израза $A = (x_1^3 + 1)(x_2^3 + 1)$ да е най-голяма.

Задача 7. Даден е квадратът $ABCD$. Точката M е вътрешна за квадрата и е такава, че $S_{MAB} = S_{MBC} = 75^\circ$. Нека точката N лежи на страната CD и $S_{NMB} = 75^\circ$. Да се намери отношението $CN : ND$.

Задача 8. Да се реши уравнението $x^2 - x + 1 = \sqrt{2x - 1}$.

Задача 9. В триъгълник ABC ($AC > BC$) CM и CL са съответно медиана и ъглополовяща през върха C . Права g през точката M , успоредна на страната AC , пресича CL в точката E , а права t през точката L , успоредна на страната BC , пресича CM в точката D . Да се намери големината на S_{DEC} .

Задача 10. Да се намерят стойностите на реалния параметър k , за които уравнението $\sqrt{x^2 + k \cos^2 x} = k$ има единствен реален корен.

Време за работа 5 часа.

Драги кандидат-студенти,

- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- номерирайте всички страници на беловата си;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!