Пробен зрелостен изпит по математика, проведен на 09.03.2008 година

Тестът съдържа 28 задачи по математика:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 5 задачи със свободен отговор;
- 3 задачи, решенията на които се представят в писмен вид с необходимите обосновки.

Максималният брой точки на целия тест е 100. Време за работа – 4 астрономически часа.
Приятна работа!

Първа част (всяка задача – по 2 точки)

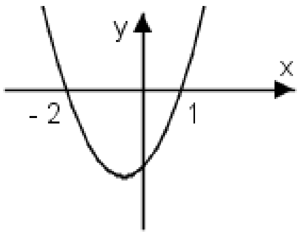
1 зад. Ако числото $x=5$ е корен на уравнението $x^2-2x+c=0$, то c е равно на:

А) 10 Б) -15 В) 20 Г) 5

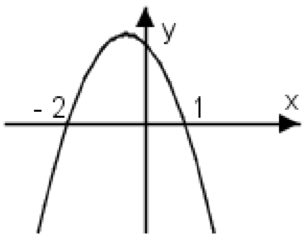
2 зад. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2-7x+2=0$, то изразът $A=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ е равен на :

А) $\frac{7}{4}$ Б) $-\frac{7}{2}$ В) $\frac{7}{2}$ Г) $-\frac{7}{4}$

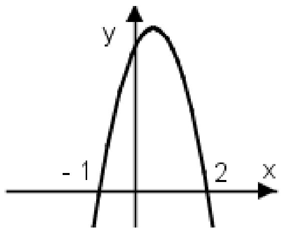
3 зад. Графиката на функцията $y=4-2x^2+2x$ е:



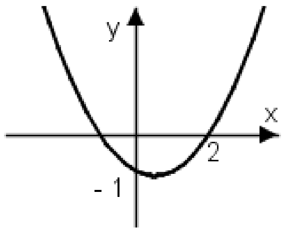
А)



Б)



В)



Г)

4 зад. Стойността на израза $2\sqrt[3]{-64}-4\sqrt[4]{81}-7\sqrt[5]{-32}$ е:

А) -6 Б) -38 В) -34 Г) -30

5 зад. Ако $\log_3 2=a$, то:

А) $\log_9 12=a+\frac{1}{2}$ Б) $\log_9 8=a$ В) $\log_{0,5} 3=\frac{1}{a}$ Г) $\log_{0,2} 0,3=-a$

6 зад. Дефиниционното множество на израза $\sqrt{\frac{x-1}{(x-3)^2(x-5)}}$ е:

А) $[1;3)\cup(5;+\infty)$ Б) $(-\infty;1]\cup(5;+\infty)$ В) $(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$ Г) $(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$

7 зад. Ако за геометрична прогресия е изпълнено, че $a_1=32,\ q=\frac{1}{2}$ и $S_n=63$, то a_n е:

А) 7 Б) 5 В) 6 Г) 1

8 зад. Средната маса на 5 топки е 6 кг. Ако 4 от тези топки имат средна маса 4 кг, то петата тежи:

А) 16 кг Б) 14 кг В) 10 кг Г) 8 кг

9 зад. Ако $\cos\alpha = \dfrac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, то $\sin 2\alpha$ е:

А) $-\dfrac{120}{169}$ Б) $-\dfrac{60}{169}$ В) $\dfrac{120}{169}$ Г) $\dfrac{5}{13}$

10 зад. Ако $tg\alpha = \dfrac{2}{3}$ и $\alpha \in \left(\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right)$, то $\cos\alpha$ е:

А) -3 Б) $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$ В) $-\dfrac{3}{\sqrt{13}}$ Г) $\dfrac{9}{13}$

11 зад. Намерете стойността на израза $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt[3]{(3x-1)^3}$ за $x = \dfrac{1}{2}$

А) 2 Б) 5 В) 6 Г) -1

12 зад. Едновременно се хвърлят два разноцветни зара. Каква е вероятността сборът от точките им да е 6?

А) $\dfrac{5}{36}$ Б) $\dfrac{1}{6}$ В) $\dfrac{1}{2}$ Г) $\dfrac{5}{7}$

13 зад. За аритметична прогресия е дадено, че $a_7 + a_3 = 20$. Стойността на a_5 е:

А) 2 Б) 5 В) 4 Г) 10

14 зад. В Δ ABC със страни AB = 5, BC = 7 и AC = 3. Отсечката CL е ъглополовяща. Намерете AL.

А) 3 Б) $\dfrac{15}{2}$ В) $\dfrac{5}{2}$ Г) $\dfrac{3}{2}$

15 зад. В Δ ABC са дадени височините AH и BM и $\angle ACB = 60^\circ$. Ако лицето на ΔABC е 60, то лицето на ΔMHC е:

А) 25 Б) 20 В) 15 Г) 30

16 зад. Даден е равнобедрен Δ ABC с основа 6 и бедро 7. Радиусът на вписаната му окръжност е:

А) $3\sqrt{10}$ Б) $2\sqrt{10}$ В) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ Г) $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

17 зад. За Δ ABC се знае, че $\alpha = 45^o$ и страната BC = 10. Дължината на описаната окръжност е:

А) $\sqrt{2}\pi$ Б) $20\sqrt{2}\pi$ В) $10\sqrt{2}\pi$ Г) 50π

18 зад. За Δ ABC са дадени AC = 4, BC = 6 и $\angle BAC = 60^\circ$. Страната AB е равна на:

А) 8 Б) $2+\sqrt{13}$ В) $3+\sqrt{13}$ Г) $2+2\sqrt{6}$

19 зад. Върху страната AB на Δ ABC е взета точка M, като AM = 4. Да се намери CM, ако AB = 9, AC = 6 и CB = 5.

А) $\dfrac{8}{3}$ Б) 5 В) 7 Г) $\dfrac{10}{3}$

20 зад. Проекциите на катетите върху хипотенузата на правоъгълен триъгълник са 4 и 9. Намерете лицето на триъгълника.

А) $\sqrt{13}$ Б) 39 В) 13 Г) $3\sqrt{13}$

<u>Втора част</u> (всяка задача – по 3 точки)

1 зад. Намерете корените на уравнението $\dfrac{2}{x^2+2x}=\dfrac{x}{x^2-3x-10}+\dfrac{1}{x}$. Отговор:................................

2 зад. В равнобедрен трапец с бедро 5 основите са 8 и 2.
Намерете синуса на ъгъла между диагонал и основа. Отговор:................................

3 зад. Намерете лицето на успоредник със страни 5 и 9 и малък диагонал 6. Отговор:................................

4 зад. За коя стойност на параметъра m неравенството
$x^2-2(m+1)x+9m-5>0$ е вярно за всяко x? Отговор:................................

5 зад. Преди 4 години бащата е бил 7 пъти по-възрастен от сина си,
а след 4 години ще е 3 пъти по-възрастен от него.
На колко години е бащата сега? Отговор:................................

<u>Трета част</u> (всяка задача – по 15 точки)

1 зад. Решете системата $\begin{vmatrix} 3x^2-x+3y^2=0 \\ 2x^2+y+2y^2=0 \end{vmatrix}$.

2 зад. Решете уравнението $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=\sqrt{x-4}$.

3 зад. Точка М е медицентър на Δ ABC със страни $AB=c,\ AC=b$ и $BC=a$. Докажете, че ако $a^2+b^2=5c^2$, то $\angle AMB=90^\circ$.

<u>Формули</u>

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$	Синусова теорема $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$	Косинусова теорема $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$	Формула за медианата $m_c=\dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$
Правоъгълен триъгълник $\sin\alpha=\dfrac{a}{c},\ \cos\alpha=\dfrac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{a}{b},\ \mathrm{cotg}\alpha=\dfrac{b}{a}$	Лице на триъгълник $S_\Delta=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma=pr=\dfrac{abc}{4R}$	Аритметична прогресия $a_n=a_1+(n-1)d$ $S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}n$	Геометрична прогресия $a_n=a_1q^{n-1}$ $S_n=a_1\dfrac{1-q^n}{1-q}$
	Лице на трапец $S=\dfrac{a+b}{2}h$		

α	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
sin	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	—
cotg	—	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

ВЕРНИТЕ ОТГОВОРИ

Първа част(всяка задача – по 2 точки)

Зад.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Отг.	Б	В	В	А	А	Б	Г	Б	А	В	А	А	Б	Г	В	Г	В	Г	Г	Б

Втора част(всяка задача – по 3 точки)

Зад.	1	2	3	4	5
Отг.	2,5	$4/\sqrt{41}$	$20\sqrt{2}$	$m \in (1;6)$	32

Трета част (всяка задача – по 15 точки)

1 зад. Умножаваме първия ред с 2, втория с 3 и изваждаме уравненията => $3y + 2x = 0$ ....5т.

Изразяваме $y = -\dfrac{2x}{3}$, заместваме и получаваме уравнението $13x^2 - 3x = 0$ ....5т.

Намираме двойките $(0,0)$ и $(3/13, -2/13)$ ....5т.

2 зад. $\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-1} + \sqrt{x-4} \uparrow^2$

$3x+1 = 2x-1+2\sqrt{(2x-1)(x-4)} + x - 4$ ....5т.

$3 = \sqrt{2x^2 - 9x + 4} \uparrow^2$

$2x^2 - 9x - 5 = 0$ ....5т.

Намираме $x_1 = 5$ и $x_2 = -1/2$. Правим проверка в условието и остава отговор $x_2 = -1/2$ ....5т.

3 зад. $AM = \dfrac{2}{3}m_a = \dfrac{1}{3}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$

$BM = \dfrac{2}{3}m_b = \dfrac{1}{3}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ ....5т.

$AM^2 + BM^2 = \cdots = c^2 \Rightarrow AM^2 + BM^2 = AB^2$ и според обратната теорема на Питагоровата теорема следва, че ΔABM е правоъгълен и $\angle AMB = 90^\circ$ ....10т.