

Секция “Русе” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 13.12.2008
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад. 1 Корените на уравнението $(3x^2 - 10x + 3)(x^2 + 2) = 0$ са:

- а) +2, -2, 3; б) -2, $\frac{1}{3}$; в) 3, $\frac{1}{3}$; г) друг отговор;

Зад. 2. Средите на страните на изпъкналия четириъгълник $ABCD$ са M, N, P и Q . Ако $AC = 7$ см и BD е с $28\frac{4}{7}\%$ по-голяма от AC , обиколката на $MNPQ$ е:

- а) 14; б) 16; в) 18; г) друг отговор

Зад. 3. На поляна има няколко трънки и долетяло ято гарги. Ако на всяка трънка кацнат по 3 гарги една гарга ще остане да лети във въздуха. Ако кацнат по 4 гарги на 1 трънка, то тогава 1 трънка ще остане без гарги и 1 трънка ще остане само с 2 гарги. Броят на трънките и гаргите е:

- а) 4; 13 б) 5; 16 в) 6; 19 г) друг отговор;

Зад. 4. Последната цифра на числото 2008^{2008} е:

- а) 4; б) 6; в) 8; г) друг отговор;

Зад. 5. Броят на недопустимите стойности на израза $\frac{3}{2x^3 + 2x} + \frac{2x - 1}{x^2 - 4} - \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$ е:

- а) 4; б) 7; в) 5; г) друг отговор;

Зад. 6. Векторите \vec{AB} и \vec{CD} се пресичат в т.О, която е тяхна среда и $\angle DOB$ е остър. Точките М и N са среди съответно на AD и DB . Векторът \vec{MN} **не е** равен на:

- а) $\frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{DB})$; б) $-\frac{1}{2}(\vec{BD} + \vec{DA})$; в) $\vec{OD} + \vec{DB}$; г) $\frac{1}{2}(\vec{ON} + \vec{BN})$;

Зад. 7. Колко решения има уравнението $(x^2 + x + 1)(2x^2 + 2x - 3) = -3(1 - x - x^2)$?

- а) 4 б) 3 в) 2 г) друг отговор

Зад. 8. Числата a и b са естествени и $a > b$. За числата $A = \frac{a^2 + b^2}{a + b}$; $B = \frac{a^2 - b^2}{a - b}$ и $C = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$ вярно е:

- а) $B > C > A$ б) $A > B > C$ в) $B > A > C$ г) друг отговор;

Зад. 9. Стойността на израза $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ е:

- а) $\sqrt{5} + \sqrt{7}$; б) $\sqrt{7} - \sqrt{5}$; в) $\sqrt{5} - \sqrt{7}$; г) друг отговор;

Зад. 10. Дадени са триъгълник и права, която не пресича страните му. Да се намери разстоянието от медицентъра на триъгълника до правата, ако разстоянието от върховете му до правата са 5 см, 10 см, и 12 см..

Отговори: 1 в); 2 б); 3 г) 7 тр. и 22 г.; 4 б); 5 а); 6 г); 7 а); 8 в); 9 г) 0; 10) 9 см.

Кратки решения

1 зад. $x^2 + 2 = 0$ няма решение и следователно решението е само от квадратното уравнение $-3, \frac{1}{3}$

2 зад. От условието намираме, че BD е с 2 см по-голяма от $AC \Rightarrow BD = 9$ см. и са диагонали, а страните на $MNPQ$ са средни отсечки в триъгълници от където следва, че $P_{MNPQ} = 16$ см.

3 зад. Ако с x означим броя на трънките, то гаргите са $3x + 1$ Съставяме уравнението $4(x - 2) + 2 = 3x + 1$ и намираме, че трънките са 7 и \Rightarrow гаргите 22.

4 зад. Степенуваме последната цифра на 2008 на 1, 2, 3, 4, и 5 степен и установяваме, че те се повтарят на всеки 4, и са: 8, 4, 2, и 6. Делим степения показател $2008 : 4 = 502$ и понеже няма остатък последната цифра на числото 2008^{2008} е 6.

5 зад. Разлагаме знаменателите на множители $2x(x^2 + 1)$; $(x - 2)(x + 2)$ и $(x + 3)^2$ Изразът $x^2 + 1 > 0$ за всяко x следователно недопустимите стойности са 4 т.е. $x \neq 0, \pm 2$ и -3

6 зад. Векторите \vec{AB} и \vec{CD} са диагонали на успоредник, а MN е средна отсечка в $\triangle ADB$. Чрез изразяване на сборове и разлики на вектори от чертеж единствен отговор б) $\frac{1}{2}(\vec{BD} + \vec{DA})$ не е равен на \vec{MN} по посока, а е равен само по големина (модул).

7 зад. След разлагане на множители уравнението добива вида: $2x(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$, т.е. корените са 4

8 зад. След добавяне и изваждане на $2ab$ и използване формулите за съкратено умножение за трите числа

получаваме: $A = a + b - \frac{2ab}{a + b}$; $B = a + b$ и $C = a - b$, от което при $a > b$ следва, че $B > A$ и $B > C$. Остава да се

сравнят A и C , и за тях съставяме израза $A - C$. След преобразуването му получаваме: $\frac{2b^2}{a + b} > 0$ понеже a и b са

естествени числа следователно $A > C$ т.е. отговора е: в) $B > A > C$

9 зад. След рационализиране на всеки един от знаменателите поотделно се получава:

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{2} - \sqrt{7} - \sqrt{5} = 0$$

10 зад

Точка M среда на AB и MN средна отсечка в трапеца $ABED$

$$\Rightarrow MN = 11 \rightarrow 2 \text{ точки}$$

Точките G и P делят медианата CM на 3 равни части и ако отбележим GH с x от трапеца $GCLH$ изразяваме:

$$PQ = \frac{x + 5}{2} \rightarrow 5 \text{ точки}$$

От трапеца $MPQN$ изразяваме x като средна отсечка

$$\text{и получаваме уравнението: } x = \left(\frac{x + 5}{2} + 11 \right) : 2 \rightarrow 6 \text{ точки}$$

$$x = GH = 9 \text{ см} \rightarrow 2 \text{ точки}$$

