Секция "Русе" – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 13.12.2008 г

11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име..училище.......................................град...........................

1 зад. Ако общият член на една редица е $a_n = \dfrac{(-1)^n - 3}{2}$, то първите четири члена на тази редица са:

А) $-2,-1,0,1$; **Б)** $-2,0,-2,0$; **В)** $-2,-1,-2,-1$; **Г)** друг отговор.

2 зад. Броят на целите числа, които са решения на неравенството $\dfrac{x^4-1}{x^2-4x+3} \le 0$ е:

А) 3; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** друг отговор.

3 зад. За аритметичната прогресия $\{a_n\}$ е дадено, че $a_5 = 4a_3$ и $a_2a_6 = -11$. Да се намери a_4.

А) ± 3; **Б)** ± 4; **В)** ± 5; **Г)** друг отговор.

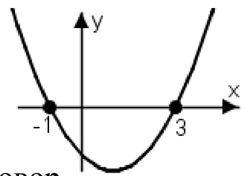
4 зад. Ако косинусът на един от ъглите на равнобедрен триъгълник е равен на $-0,6$, а радиусът на описаната му окръжност е равен на 5, то бедрото му е равно на:

А) $3\sqrt{2}$; **Б)** $2\sqrt{5}$; **В)** 8; **Г)** друг отговор.

5 зад. Да се намери естественото число n от равенството $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\dots+\dfrac{1}{(-2)^n}=\dfrac{43}{64}$.

А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** друг отговор.

6 зад. Скица на графиката на функцията $f(x) = 2x^2 + bx + c$ е показана на чертежа.
Най-малката стойност на $f(x)$ е:



А) -2; **Б)** -4; **В)** не може да се определи; **Г)** друг отговор.

7 зад. Трапец е вписан в окръжност и описан около окръжност. Ако диагоналът му сключва с основата ъгъл α, то да се намери синуса на ъгъла между бедро и основа.

А) $1-\cos\alpha$; **Б)** $\sin\alpha\cos\alpha$; **В)** $2\sin\alpha\cos\alpha$; **Г)** друг отговор.

8 зад. Нека $\lg 2 = a$ и $\lg 3 = b$. Да се изрази $\log_4 90$ чрез a и b.

А) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}$; **Б)** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{b}{a}$; **В)** $\dfrac{1+2b}{2a}$; **Г)** друг отговор.

9 зад. На 11 топки са написани числата $a_1, a_2, \dots, a_{11}$, получени по правилото $a_1 = 1$ и $a_{n+1} = 2a_n + 1$. От тях са избрани случайно три топки. Каква е вероятността на точно две от тях да е написано число, което се дели на 3?

А) $\dfrac{3}{11}$; **Б)** $\dfrac{24}{121}$; **В)** $\dfrac{2}{33}$; **Г)** друг отговор.

10 зад. Да се намери най-голямата и най-малката стойност на функцията:

а) $f(x) = 3\sin^4 x + 2\cos^2 x$; **б)** $g(x) = \log_{0,5}(4 - 3\sin^2 x - 2|\cos x|)$.

<u>КМС – 13.12.2008 г   11 клас</u>

<u>Отговори:</u>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	**А**	**В**	**Б**	**А**	**Г** **-8**	**Г** **tgα**	**В**	**Г** $\frac{4}{11}$	**а)** НМС=5/3, НГС=3 …………… 7 т. **б)** НМС=-1, НГС=$\log_{0,5} 2/3$ .... 8 т.

<u>Решения и упътвания:</u>

10 зад.

а) $f(x)=3\sin^4 x+2(1-\sin^2 x)=3\sin^4 x-2\sin^2 x+2$ . ...2 т.

Полагаме $\sin^2 x=t$ и разглеждаме квадратната функция $f(t)=3t^2-2t+2$ за $t\in[0;1]$ ....3 т.

НМС= $f(1/3)=5/3$, НГС= $f(1)=3$ ....2 т.

б) $g(x)=\log_{0,5}(4-3\sin^2 x-2|\cos x|)=\log_{0,5}(3\cos^2 x-2|\cos x|+1)$ ....2 т.

Полагаме $|\cos x|=t$ и разглеждаме квадратната функция $h(t)=3t^2-2t+1$ за $t\in[0;1]$ ....2 т.

$2/3\le g(t)\le 2 \Rightarrow \log_{0,5} 2/3\ge g(x)\ge \log_{0,5} 2$ ....3 т.

НМС=-1, НГС=$\log_{0,5} 2/3$ ....1 т.

Павлин Цонев
<u>ptsonev@yahoo.com</u>
0885108241