

# Пробен зрелостен изпит по математика, проведен на 14.02.2009 година

Тестът съдържа 28 задачи по математика:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 5 задачи със свободен отговор;
- 3 задачи, решенията на които се представят в писмен вид с необходимите обосновки.

Максималният брой точки на целия тест е 100. Време за работа – 4 астрономически часа.  
Приятна работа!

## Първа част (всяка задача – по 2 точки)

1. Интервалът  $(2; 5)$  е решение на неравенството

- А)  $x^2 - 7x + 10 > 0$       Б)  $-x^2 + 7x - 10 > 0$       В)  $-x^2 + 5x - 6 > 0$       Г)  $x^2 - 5x + 6 > 0$

2. Коя редица **НЕ** е геометрична прогресия?

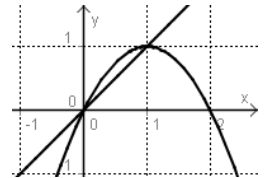
- А) 3; 9; 27; 81      Б) 2; -2; 2; -2      В)  $2 + \sqrt{3}$ ;  $3 + 2\sqrt{3}$ ;  $6 + 3\sqrt{3}$       Г) 5; 10; 15; 20

3. Кое от числовите равенства е вярно?

- А)  $\lg 2 + \lg 3 = \lg(2+3)$       Б)  $\lg 3 + \lg \frac{3}{4} = \lg\left(3 + \frac{3}{4}\right)$       В)  $\lg 9 + \lg \frac{9}{8} = \lg\left(9 + \frac{9}{8}\right)$       Г)  $1 + \lg \frac{3}{4} = \lg\left(1 + \frac{3}{4}\right)$

4. На коя система е представеното графично решение от чертежа?

- А)  $\begin{cases} y = 1 - x \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} y = x \\ y = 2x - x^2 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} y = -x \\ y = 2x - x^2 \end{cases}$       Г)  $\begin{cases} y = x \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$



5. Броят на отрицателните корени на уравнението  $2x^2 + 7x + 2 = 0$  е:

- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) уравнението няма корени

6. Ако числата  $x^2$ ,  $2\frac{1}{8}$ ,  $x^{-2}$  образуват растяща аритметична прогресия, то  $x$  е:

- А)  $-2^{-1}$  или  $2^{-1}$       Б) -2 или 2      В)  $2^{-1}$       Г) -2

7. Ако за ъглите на един триъгълник е вярно, че  $\sin \gamma = \cos \alpha \cdot \sin \beta$ , то

- А)  $\alpha = 90^\circ$       Б)  $\beta = 90^\circ$       В)  $\gamma = 90^\circ$       Г)  $\gamma = \alpha + \beta$

8. Ако  $\sin \alpha - \cos \alpha = p$ , то  $\sin 2\alpha$  е равно на:

- А)  $2p$       Б)  $p^2$       В)  $(1-p)^2$       Г)  $1-p^2$

9. Да се намери дължината на средната основа на трапец, описан около окръжност, с бедра 7см и 15см.

- А) 8 см      Б) 11 см      В) 13 см      Г) 22 см

10. Лицето на  $\triangle ABC$  от чертежа е:

- А) 11      Б) 13      В) 15      Г) 21

11. Отношението  $AB : BC$  от чертежа е равно на:

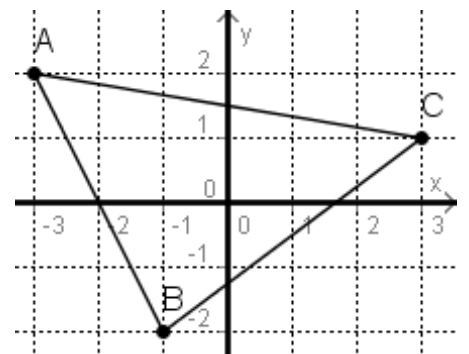
- А) 2 : 3      Б)  $\sqrt{2} : 2$       В)  $2 : \sqrt{5}$       Г)  $2\sqrt{5} : \sqrt{37}$

12. Стойността на  $\cos \sphericalangle ABC$  от чертежа е равна на:

- А) 0      Б)  $3/4$       В)  $2\sqrt{5}/5$       Г)  $2\sqrt{5}/25$

13. Недопустимите стойности на израза  $\frac{x-1}{x^2-1} + \frac{x}{x+1} : \frac{x}{x-2}$  са:

- А) -1, 1 и 2      Б) -1, 0 и 2      В) 0 и 2      Г) -1, 0, 1 и 2



14. По колко начина може да се избере гласна и съгласна буква от думата „УСПОРЕДНИК“?

- А) 4! 6!      Б) 24!      В)  $C_{10}^4$       Г) 24

15. Написва се случайно двуцифрено число. Каква е вероятността сумата от цифрите на това число да е 5?

- A)  $\frac{1}{18}$       Б)  $\frac{1}{15}$       В)  $\frac{1}{5}$       Г)  $\frac{1}{10}$

16. Острите ъгли на чертежа са равни на  $45^\circ$  и  $CD = DB = 2\text{cm}$ . Лицето на фигурата е:

- A)  $4 + 2\sqrt{2}$       Б)  $4\sqrt{2}$       В)  $3\sqrt{2} - 1$       Г) 5

17. Броят на корените на уравнението  $x\sqrt{2-x} = 3\sqrt{x-2}$  е:

- A) 1      Б) 3      В) 2      Г) 0

18. Ако  $\log_a 27 = b$ , то  $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{a}$  е равно на:

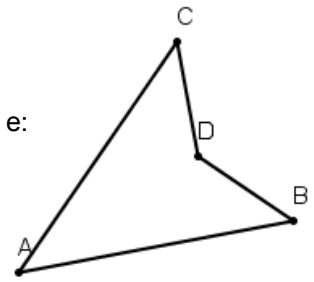
- A)  $b$       Б)  $\frac{1}{b}$       В)  $\frac{9}{b}$       Г)  $3b$

19. Две срещуположни страни на описан около окръжност четириъгълник имат дължини 6 и 14, а радиусът на тази окръжност е 4. Лицето на четириъгълника е:

- A) 20      Б) 40      В) 60      Г) 80

20. Нека  $O$  и  $J$  са центровете съответно на описаната и вписаната окръжност на  $\triangle ABC$ . Ако  $\sphericalangle AOC = 60^\circ$ , то  $\sphericalangle AJC$  е равен на:

- A)  $30^\circ$       Б)  $90^\circ$       В)  $105^\circ$       Г)  $135^\circ$



### Втора част (всяка задача – по 3 точки)

21. Дадена е извадката 10; 8; 3; 11; 18; 9; 5. Кое число трябва да се добави, така че модата да е равна на медианата?

Отговор: \_\_\_\_\_

22. Стойността на израза  $\cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ \cdot \cos 160^\circ$  е равна на:

Отговор: \_\_\_\_\_

23. Един градус по скалата на Целзий е равен на 1,8 градуса по скалата на Фаренхайт, като на  $0^\circ\text{C}$  съответства  $32^\circ\text{F}$ . При колко градуса температурата ще е еднаква и по двете скали?

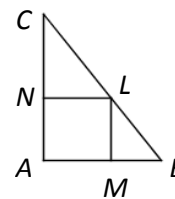
Отговор: \_\_\_\_\_

24. Корените на уравнението  $(2x+1)^2 - 2(x-2)(x+2) = 4x+17$  са:

Отговор: \_\_\_\_\_

25. На чертежа  $\sphericalangle CAB = 90^\circ$ ,  $AMLN$  е квадрат,  $LB = 15$  и  $LC = 20$ . Лицето на  $\triangle ABC$  е равно на:

Отговор: \_\_\_\_\_



### Трета част (всяка задача – по 15 точки)

26. Да се намерят три числа, които образуват намаляваща геометрична прогресия със сума 28. Известно е още, че ако най-голямото число се намали с 4 се получават три числа, които в същия ред образуват аритметична прогресия.

27. Нека  $x_1$  и  $x_2$  са реалните корени на уравнението  $x^2 - 3x + a = 0$ . Намерете стойностите на реалния параметър  $a$ , за които е изпълнено неравенството  $x_1^3 x_2 + x_2^3 x_1 > 0$ .

28. Продължението на медианата  $BM$  на  $\triangle ABC$  пресича описаната около него окръжност в точка  $D$ . Ако  $AB=3\text{ cm}$ ,  $BC=4\text{ cm}$  и  $BM:MD=7:2$ , да се намери дължината на  $AC$ .

**Отговори:****Първа част:**

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Б	Г	В	Б	В	А	Б	Г	Б	А	В	Г	Г	Г	А	А	А	Б	Г	В

**Втора част:** 1. 9; 2. -1/8; 3. -40°; 4. ±2; 5. 294;

**Решения на третата част:**

1. Означаваме числата  $a$ ;  $aq$ ;  $aq^2$  (или  $a$ ;  $b$ ;  $c$ ) .....2 т.  
 Тогава  $a+aq+aq^2=28$  и  $a-4+aq^2=2.aq$  (или  $a.c=b^2$ ,  $a+b+c=28$ ,  $a-4+c=2b$ ) .....3 т.  
 Решаваме получената система и намираме  $q=2$ ,  $a=4$  и  $q=1/2$ ,  $a=16$ .....7 т.  
 Отговора  $q=2$ ,  $a=8$  отпада, заради намаляващата прогресия  
 Отговор: 16; 8; 4.....3 т.
2. От  $D \geq 0$  получаваме, че  $a \leq 9/4$  .....3 т.  
 Неравенството преработваме с формулите на Виет и получаваме  $a(9-2a) > 0$  .....7 т.  
 Решението на неравенството е  $a \in (0; 9/2)$  .....3 т.  
 Засичаме го с  $a \leq 9/4$  и отговора е:  $a \in (0; 9/4]$ .....2 т.
3. Означаваме  $BM=7x$  и  $DM=2x$ . От свойството на секущите  $\Rightarrow AM^2=CM^2=14x^2$ .....5 т.  
 От формулата за медианата  $BM$  за  $\triangle ABC$  намираме:  $x = \frac{5}{3\sqrt{14}}$  .....7 т.  
 Тогава  $AC=2.AM=10/3$ .....3 т.