<u>Секция “Изток” – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009г.

12 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име...училище.........................град.....................

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат.

Задачите се оценяват с по 2 точки:

1 зад. Стойността на израза $\frac{20}{99}+0,2+\frac{0,097}{1-0,01}$ е равна на:

а) $\frac{299}{990}$ б) $\frac{495}{990}$ в) 23 г) друг отговор

2 зад. Произведението от корените на уравнението $3^{x^2+4x}=\frac{1}{27}$ е равно на:

а) 3 б) -3 в) -1 г) друг отговор

3 зад. Решенията на уравнението $\sqrt{x+5}+1=\frac{6}{\sqrt{x+5}}$ са:

а) 4 б) $4; -1$ в) -4 г) друг отговор

4 зад. Стойността на израза $\frac{tg25^0+tg20^0}{1+tg155^0 tg20^0}$ е равна на:

а) 1 б) $tg5^0$ в) -1 г) друг отговор

5 зад. За кои стойности на параметъра k системата $\begin{vmatrix} kx+5y=3 \\ 2x+y=4 \end{vmatrix}$ няма решение?

а) -10 б) 10 в) -7 г) друг отговор

6 зад. Стойността на k, за която е вярно равенството $27\left(\sqrt{3}\right)^{k+2}=3^k$ е:

а) -3 б) 3 в) 5 г) друг отговор

7 зад. Страната на квадрат, вписан в кръг с лице $64\,см^2$ е равна на:

а) $16\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}\ cm$ б) $8\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}\,cm$ в) $8\frac{\sqrt{2\pi}}{\pi}\ cm$ г) друг отговор

8 зад. Ако точка от хипотенузата в правоъгълен триъгълник, която е равноотдалечена от катетите, дели хипотенузата на отсечки с дължини 30 см и 40 см, то периметърът на триъгълника е равен на:

а) 168 *см* б) 144 *cm* в) 192 *cm* г) друг отговор

9 зад. За геометрична прогресия е дадено $a_1+a_5=51$ и $a_2+a_6=102$. Ако $S_n=3069$, то n е равно на:

а) *6* б) *8* в) *12* г) друг отговор

10 зад. В равнобедрен трапец е вписана окръжност с радиус r. Горната основа на трапеца е два пъти по-малка от неговата височина. Лицето на трапеца е равно на:

а) r^2 б) $10r^2$ в) $5r^2$ г) друг отговор

11 зад. Броят на трицифрените числа с различни цифри, които могат да се образуват от цифрите 0, 2, 4, 6 и 8 е равен на:

а) *48* б) *60* в) *72* г) друг отговор

12 зад. Ако едната страна на триъгълника е равна на 26 см, а медианите към другите две страни са съответно 30 см и 39 см, то лицето на триъгълника е равно на:

а) *720 cm²* б) *1440 cm²* в) *360 cm²* г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.
Задачите се оценяват с по 3 точки:

13 зад. Стойността на $tg(\alpha+2\beta)$, ако $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{1}{7}$, $\mathrm{cotg}\beta=3$ е равна на:

Отговор:..

14 зад. В триъгълник *ABC* ъгъл *B* е прав. Върху катета *CB* са дадени точките *D* и *E*, така че отсечките *AD* и *AE* делят ъгъл *A* на три равни части и $AD=a,\ AE=b\ (b<a)$. Отношението на лицата на триъгълниците *ADB* и *AEB* е равно на:

Отговор:..

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише решението.
Задачите се оценяват с по 10 точки:

15 зад. Ако сборът на две числа, тяхната разлика и тяхното произведение са в отношение 5:1:18, намерете числата.

16 зад. Нека x_1, x_2 са реални корени на уравнението $x^2-2ax+2a^2-6a+8=0$, където a е реален параметър и $x_1^2+x_2^2=S$. Да се намерят стойностите на параметъра a, за които S приема най-малка стойност и да се намери тази най-малка стойност.

17 зад. Окръжност се допира до раменете на ъгъл с връх *O* в точките *A* и *B*. Върху дъгата от окръжността, която е вътрешна за триъгълник *AOB* е взета точка *C*. Разстоянията от т. *C* до *OA* и *OB* са равни съответно на a и b. Да се намери разстоянието от т. *C* до хордата *AB*.

Кратки решения и отговори
ПЪРВА ЧАСТ

1зад. Отг. б)
2зад. Отг. а)
3зад. Отг. г) -1
4зад. Отг. а)
5зад. Отг. б)
6зад. Отг. г) 8
7зад. Отг. в)
8зад. Отг. а)
9зад. Отг. г) *10*
10зад Отг. в)
11зад. Отг. а)
12зад.Отг. а)

ВТОРА ЧАСТ

13зад. Отг. 1

14зад. Отг. $\frac{b+\sqrt{b^2+8a^2}}{2b}$

ТРЕТА ЧАСТ

15зад. Ако означим търсените числа с $x,\ y$, то $\frac{x+y}{5}=\frac{x-y}{1}=\frac{xy}{18}$. Числата са *9* и *6*.

16зад. $x^2-2ax+2a^2-6a+8=0$. За да има това уравнение реални корени трябва $D=-a^2+6a-8\geq 0$, т.е. $2\leq a\leq 4$. $S=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=12a-6$. S приема най-малка стойност при $a=2$ и $S_{\min}=8$.

17зад. Нека $CE\perp OA,\ CE=a$, $CF\perp OB,\ CF=b$ и $CD\perp AB$. $\triangle ADC\sim\triangle BFC\ \Rightarrow\ \frac{CD}{b}=\frac{AC}{CB}$ и $\triangle BDC\sim\triangle AEC\ \Rightarrow\ \frac{a}{CD}=\frac{AC}{CB}$ следователно $\frac{CD}{b}=\frac{a}{CD}\ \Rightarrow ab=CD^2\ \Rightarrow\ CD=\sqrt{ab}$.