Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 8.12.2007 г.
9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище..град.....................

Зад 1. Ако x>3, то изразът $|x|+|2+x|-3|2+x|+|3-x|$ е равен на:

а) -7; б) -2x-1; в) 1; г) друг отговор.

Зад 2. Кое от уравненията няма реални корени?

а) $x^2+x-4=0$; б) $x^2+x-1=0$; в) $x^2+2x+1=0$; г) $x^2-x+4=0$.

Зад 3. Периметърът на триъгълник е 63см. Да се намери периметъра на триъгълника с върхове в средите на страните на дадения триъгълник в сантиметри.

а) 21; б) 31,5; в) 15,75; г) друг отговор

Зад 4. Ако -1+2-3+4-5+.......................-x+(x+1)=2007, то x е равно на:

а) 4012; б) 4013; в) 4014; г) друг отговор.

Зад 5. $\left(\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2.\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+3}\right):\frac{x^2+4x+4}{x^2-9}$ е равно на:

а) $\frac{x+1}{x-1}$; б) $\frac{x-3}{x+3}$; в) $\frac{x-1}{x+1}$; г) друг отговор.

Зад 6. Медианите *AM* и *CN* на триъгълник *ABC* са перпендикулярни. Ако *AM*=12см и *CN*=10см, то лицето на триъгълник *ABC* **е**:

а) 60кв.см; б) 40кв.см; в) 80кв.см; г) друг отговор.

Зад 7. $\left(\left(3+2\sqrt{2}\right)^{2007}+\frac{1}{\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}}\right).\frac{\left(6-4\sqrt{2}\right)^{2007}}{4^{1004}}$ е равно на:

а) 2; б) 6; в) 10; г) друг отговор.

Зад 8. Точката *M* дели отсечката *AB* вътрешно в отношение 3:5, а *O* е произволна точка нележаща на правата AB. Ако $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, то $\overrightarrow{OM}$ е равен на :

а) $\frac{3}{5}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$; б) $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}$; в) $\frac{3}{8}\vec{a}+\frac{5}{8}\vec{b}$; г) друг отговор.

Зад 9. Ако $f(x)=\frac{2}{2x+1}, x\neq-\frac{1}{2}$, то стойността на израза

$f(1)f(2)+f(2)f(3)+f(3)f(4)+........+f(1002)f(1003)$ е:

а) $\frac{1336}{2007}$; б) $\frac{2003}{6021}$; в) $\frac{668}{2007}$; г) друг отговор.

Зад 10. Ако разделим двуцифрено число на сбора от цифрите му, ще получим частно 7 и остатък 6. Ако разделим числото на цифрата на единиците, ще получим частно 27 и остатък 2. Намерете числото.

Отговори и решения-9 клас

Отговори: 1-а); 2-г) ; 3-б); 4-б); 5-в); 6-в); 7-г) 1; 8-г) $\frac{5}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}$; 9-а)

Решения :

Задача1. $|x|+|2+x|-3|2+x|+|3-x|=x+(2+x)-3(2+x)-(3-x)=x+2+x-6-3x-3+x=-7$

Задача2. Отг. г).

Задача3. Нека даденият триъгълник е ABC и средите на страните му AB, BC и CA са съответно M, N и P. Тогава $MN=\frac{1}{2}AC, MP=\frac{1}{2}BC$ и $PN=\frac{1}{2}AB$ като средни отсечки в $\triangle ABC$. Следователно

$MN+MP+PN=\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}BC+\frac{1}{2}AB=\frac{63}{2}=31,5$.

Задача4. (-1+2)+(-3+4)+(-5+6)+....................+(-x+(x+1))=2007, 1+1+…….+1=2007, $\frac{x+1}{2}=2007$, x=4013

Задача5. $\left(\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2 . \frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+3}\right) : \frac{x^2+4x+4}{x^2-9} = \left(\frac{(x+2)^2}{(x-3)^2} . \frac{(x-1)(x-3)}{(x+1)(x+3)}\right)\frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)^2} = \frac{(x-1)}{(x+1)}$

Задача6. Ако G е пресечната точка на медианите в $\triangle ABC$, то тя ги дели в отношение 2:1 считано от върховете на триъгълника. Тогава $AG=\frac{2}{3}AM=8$ и $S_{ABC}=2S_{ANC}=2\frac{AG.CN}{2}=80кв.см$.

Задача7. $\left(\left(3+2\sqrt{2}\right)^{2007}+\frac{1}{\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}}\right).\frac{\left(6-4\sqrt{2}\right)^{2007}}{4^{1004}} = \left(\left(3+2\sqrt{2}\right)^{2007}+\frac{1}{\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}}\right).\frac{2^{2007}\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}}{2^{2008}} =$

$= \left(\left(3+2\sqrt{2}\right)^{2007}\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}+\frac{1}{\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}}\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2007}\right).\frac{1}{2}=2.\frac{1}{2}=1$

Задача 8. Ясно е, че $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}$. Тогава $\overrightarrow{OM}=\vec{a}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{OM}=\vec{b}-\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$. След като умножим първото равенство по 5, а второто по 3 и ги съберем ще получим

$5\overrightarrow{OM}+3\overrightarrow{OM}=5\vec{a}+\frac{15}{8}\overrightarrow{AB}+3\vec{b}-\frac{15}{8}\overrightarrow{AB}=5\vec{a}+3\vec{b}$. Следователно $\overrightarrow{OM}=\frac{5}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}$.

Задача9. $f(1)f(2)+f(3)f(4)+........+f(1002)f(1003)=\frac{4}{3.5}+\frac{4}{5.7}+\frac{4}{7.9.}+....\frac{4}{2005.2007}=$

$=2.\left(\frac{5-3}{3.5}+\frac{7-5}{5.7}+\frac{9-7}{7.9.}+....\frac{2007-2005}{2005.2007}\right)=2.\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+.....+\frac{1}{2005}-\frac{1}{2007}\right)=2.\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2007}\right)=\frac{1336}{2007}$

Задача10. Ако означим цифрата на единиците с y, а на десетиците с x, тогава от условието следва системата

$\left| \begin{array}{l} 10x+y=7(x+y)+6 \\ 10x+y=27y+2 \end{array} \right.$ и нейното решение е x=8, y=3.

Търсеното число е 83.