Секция "Изток"- СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 8.12.2007 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име..училище.......................................град...........................

1 зад. Стойността на израза $\sqrt{15^2-12^2}+\sqrt{147}-\left(5+\sqrt{3}\right)\sqrt{3}-\sqrt{(-3)^4}$ е :

а) $2\sqrt{3}-3$; б) $2\sqrt{3}+15$; в) $2\sqrt{3}-9$; г) друг отговор.

2 зад. Успоредник *ABCD*, за който $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|$ е винаги :

а) квадрат; б) правоъгълник; в) ромб; г) друг отговор.

3 зад. Множеството от недопустими стойности на израза $\frac{x+2}{x}+\frac{x-1}{x+2}:\left(\frac{x-2}{x}-\frac{x-1}{x+2}\right)$ е :

а) $x = 0; -2$; б) $x \neq 0; -2; 4$; в) $x = 0; -2; 4$; г) друг отговор.

4 зад. В остроъгълен $\triangle ABC$ отсечката *CH* е височина. Ъглополовящата на $\measuredangle ABC$ пресича *CH* в точка *L* така, че $CL : LH = 2 : 1$. Ако $CH = 15$ см, то дължината на *LB* е :

а) 7,5 см; б) 10 ; в) 2,5; г) друг отговор.

5 зад. Стойността на израза $\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ е :

а) 4; б) $2\sqrt{5}$; в) 6 ; г) друг отговор.

6 зад. В квадрат *ABCD* точките *M* и *N* са средите на страните *AB* и *AD*. Отношението на лицата на триъгълниците *ANM* и *MNC* е :

а) 1: 4 ; б) 2: 3; в) 1: 3; г) друг отговор.

7 зад. Множеството от стойности на параметъра ***p***, за които уравнението $(px-1)(x+2)+1=p^2-(x-p)^2$ има два различни реални корена е :

а) $p \neq -1$; б) $p\in\left[-\frac{5}{4},\infty\right)$; в) $p\in\left(-\frac{5}{4},\infty\right)$; г) друг отговор.

8 зад. В едно училище приели в 8 клас 78 ученика. От тях 43 посещавали курс по математика, 37 – курс по български език, 18 – курс по английски език. На курс по математика и български език едновременно са ходили 18 ученика, по български език и английски – 6, а по математика и английски език – 7. Оказало се, че трима ученика са посещавали и трите курса. Учениците, които не са посещавали никакъв курс са :

а) 4; б) 8; в) 12; г) друг отговор.

9 зад. Решение на уравнението $2x^2-4xy+4y^2-2x+1=0$ е наредената двойка (x, y) :

а) (1; 1); б) (-1; 2); в) $\left(\frac{1}{2};1\right)$; г) друг отговор.

10 зад. Даден е правоъгълен триъгълник *ABC* ($\angle C = 90^\circ$). Ъглополовящата на $\angle BAC$ пресича *BC* в точка *L*. Височината на триъгълник *ABC* през върха *C* пресича *AB* в точка *H* и височината на триъгълника *ALC*, спусната от *C*, пресича *AL* в т. *Q*. Да се намери $\angle CHQ$, ако $AH = CQ$.

Отговори :

1. а	2. б	3. в	4. б	5. б	6. в	7. г $\left(-\frac{5}{4},-1\right)\cup\left(-1,\infty\right)$	8. б	9. г $\left(1;\frac{1}{2}\right)$

Кратки решения :

1 зад. $\sqrt{27.3}+7\sqrt{3}-5\sqrt{3}-3-9=9+2\sqrt{3}-3-9=2\sqrt{3}-3$

2 зад. $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|$

3 зад. $\frac{x+2}{x}+\frac{x-1}{x+2}.\frac{x.(x+2)}{x-4}\Rightarrow x=0;-2;4$ са недопустими стойности

4 зад. Нека $LP\perp BC$. Триъгълник LPC – правоъгълен и $LP=\frac{1}{2}CL\Rightarrow \sphericalangle LCP=30°\Rightarrow \sphericalangle ABC=60°$

$\Rightarrow \triangle BLC$ е равнобедрен $\Rightarrow$ $BL=10$ см

5 зад. $\sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=2+\sqrt{5}+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$

6 зад. S - .лице на квадрат

$S_{AMN}=\frac{1}{2}\frac{a}{2}\frac{a}{2}=\frac{1}{8}S$; $S_{MNC}=S$ - $\left(\frac{1}{8}S+\frac{1}{4}S+\frac{1}{4}S\right)=\frac{3}{8}S$

7 зад. $px^2+2px-x-2+1=p^2-x^2+2px-p^2$

$(p+1)x^2-x-1=0, p\neq -1$

$D=4p+5>0\Rightarrow x\in\left(-\frac{5}{4},-1\right)\cup\left(-1,\infty\right)$

8 зад. М – 21 ; БЕЛ – 16 ; АЕ – 8 ; М, БЕЛ – 18 ; БЕЛ, АЕ – 6 ; М, АЕ – 7 ; М, БЕЛ, АЕ – 3
Общо – 70
Не са участвали 8 ученика.

9 зад.

$2x^2-4xy+4y^2-2x+1=0\Rightarrow\left(x^2-2x+1\right)+\left(x^2-4xy+4y^2\right)=0$

$(x-1)^2+(x-2y)^2=0\Rightarrow x=1, y=\frac{1}{2}$

10 зад. $\Delta AHC\cong\Delta CQA\Rightarrow CH=AQ$, $\angle ACH=\angle CAQ=\alpha$. ΔAHC е правоъгълен $\Rightarrow 3\alpha=90°\Rightarrow\alpha=30°$. В ΔAQC $\angle ACQ=60°$. $\angle ACH=30°\Rightarrow\angle HCQ=30°$. $\Delta AHQ\cong\Delta CQH\Rightarrow\angle CHQ=\angle AQH\Rightarrow\Delta HPQ$ равнобедрен (CH пресича AQ в точката P) $\Rightarrow\angle CHQ=(180°-\angle HPQ):2=30°$.