**Секция “Изток” – СМБ**

**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2005 г.**

**9 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех?**

Име.......................................................училище.........................................град......................

**Зад. 1** Допустимите стойности на израза: $\dfrac{(x+2)^2}{(x-1)(x+2)}:(x+3)^2$ са:

а) $x=1, x=-2$;  б) $x \neq 1$;  в) $x \neq 1, x \neq -1$;  г) друг отговор

**Зад. 2** Намерете стойността на израза: $\sqrt{2.5^2-2.4^2}:\left(\sqrt{1\frac{1}{49}}+\sqrt{\frac{8}{49}}\right)$.

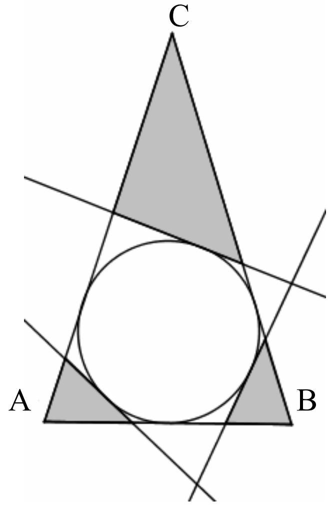
а) 3;  б) $1\frac{1}{6}$;  в) 2,1;  г) друг отговор

**Зад. 3** Александър, Борис и Виктор брали ябълки. Александър и Виктор набрали заедно два пъти повече от Борис, а Борис и Виктор – 3 пъти повече от Александър. Най-много е набрал:

а) Александър;  б) Борис;  в) Виктор;  г) друг отговор

**Зад. 4** Четириъгълникът ABCD е вписан в окръжност, като AD=DC=CB и ∢ADB=105°. Ако допирателната към окръжността в точка C пресича правата AB в точка P, то големината на ∢APC е:

а) 20°;  б) 30°;  в) 60°;  г) друг отговор




**Зад. 5** В равнобедрен триъгълник ABC е вписана окръжност, към която са построени допирателни (вж. чертежа). Ако сборът от обиколките на оцветените триъгълници е 38, а бедрото е 14, то основата е:

а) 24;  б) 10;  в) 12;  г) друг отговор

**Зад. 6** Ако единият корен на квадратното уравнение $x^2-kx+2k^2-8=0$ е $x_1=2$, то другият корен е:

а) 0;  б) -1 или 2;  в) 0 или -3;  г) друг отговор

**Зад. 7** Системата $\left|\begin{array}{l} ax+a^2y=0 \\ x+ay=y+1 \end{array}\right.$ има безброй много решения, ако:

а) $a=-1$;  б) $a=1$;  в) $a=0$;  г) друг отговор

**Зад. 8** Решенията на модулното уравнение $2|2x+3|-|3-x|=5x+3$ са:

а) $x \in [-1{,}5;3]$;  б) всяко $x$;  в) $x \geq 3$;  г) друг отговор

**Зад. 9** За кои стойности на параметъра $a$ сумата от квадратите на корените на уравнението $4x^2-28x+a=0$ е равна на 22,5?

а) 53;  б) 0;  в) 90;  г) друг отговор

**Зад. 10** Докажете, за всяка стойност на параметъра $a$ съществува единствена наредена двойка числа $(x;y)$, която е решение на уравнението: $(x+y)^2=(x+a)(y-a)$. Намерете тази двойка.

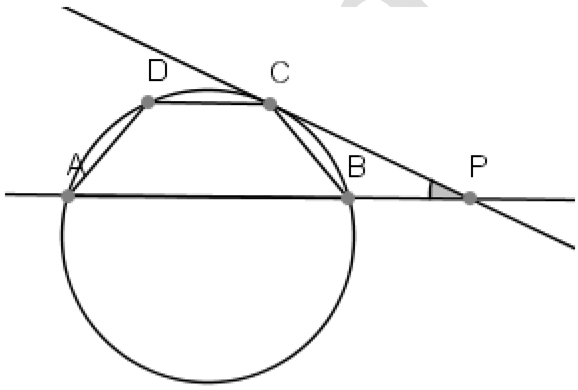
Отговори: 1г $x \neq 1, x \neq -2, x \neq -3$; 2а; 3в; 4г 25°; 5б; 6в; 7в; 8а; 9г няма такова $a$

**1 зад.** $DM: \begin{vmatrix} x-1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x \neq 1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{vmatrix}$

**2 зад.** Изразът е равен на: $\sqrt{2.25 - 2.16} : \left(\sqrt{\frac{50}{49}} + \sqrt{\frac{8}{49}}\right) = \sqrt{50-32} : \left(\frac{5}{7}\sqrt{2} + \frac{2}{7}\sqrt{2}\right) = \sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$

**3 зад.** Означаваме А – ябълките на Александър, Б – ябълките на Борис и В – ябълките на Виктор. Решаваме системата: $\begin{vmatrix} A + B = 2Б \\ Б + B = 3A \end{vmatrix}$ и получаваме, че

$A = \frac{3}{4}Б, \quad B = \frac{5}{4}Б \Rightarrow \quad A < Б < B$.




**4 зад.** $\angle ADB = 105^0 \Rightarrow$ дъгата АВ=$210^0$ => дъгите

AD=DC=CB=($360^0$-$210^0$)/3=$50^0$ => $\angle APC = \frac{2.50^0 - 50^0}{2} = 25^0$

**5 зад.** Заместваме $x = 2$ => получаваме кв. уравнение за k: $k^2 - k - 2 = 0$, което има решения 2 и -1. Ако $k = 2$ => $x_2 = 0$, ако $k = -1 \Rightarrow x_2 = -3$.

**6 зад.** Т. к. сборът от обиколките на оцветените триъгълници е равен на периметъра на триъгълника, то основата е 38 - 2.14=10.

**7 зад.** Първото уравнение е еквивалентно на $a(x + ay) = 0$ => като заместим от второто уравнение се получава, че $a(y+1) = 0$. Тогава или а=0 => безброй много решения, или $y = -1 \Rightarrow x = a$, т. е. 1 решение

**8 зад.** Модулното уравнение се разделя на три случая: $(-\infty; -1{,}5]$, $(-1{,}5; 3]$ и $(3; +\infty)$. В първия случай решението е -1,5, във втория е (-1,5;3], а третия няма решение. Тогава отговорът е [-1,5;3].

**9 зад.** $x_1^2 + x_2^2 = 22{,}5 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 22{,}5 \Rightarrow 49 - 2.\frac{a}{4} = 22{,}5 \Rightarrow a = 53$. От друга страна дискриминантата на уравнението е $D = 196 - 4a \geq 0 \Rightarrow a \leq 49$ => a=53 не е решение.

**Зад. 10** Разглеждаме уравнението като квадратно относно $x$:

$$x^2 + (y+a)x + y^2 - ay + a^2 = 0$$

Тогава дискриминантата му е: $D = -3(y-a)^2$.---------------------------------------------------------------5т.

Следователно уравнението ще има решение, ако $y = a$.-------------------------------------------------5т.

Това решение ще е $(-a; a)$. -----------------------------------------------------------------------------------5т.