М И Н И С Т Е Р С Т В О Н А О Б Р А З О В А Н И Е Т О И Н А У К А Т А

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

2 септември 2008 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

А Б В Г

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

А В Г

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака .

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл .отбелязвайте в листа за отговори!

1. Най-голямото от числата е:

А) $5\sqrt{2}$ Б) $5\sqrt{3}$ В) $4\sqrt{5}$ Г) $\sqrt{60}$

2. Равенството $\sqrt{(-2)^2 x^2 b} = -2x\sqrt{b}$ е вярно при:

А) $x \geq 0,\ b \geq 0$ Б) $x \leq 0,\ b \geq 0$ В) $x \leq 0,\ b \leq 0$ Г) $x \geq 0,\ b \leq 0$

3. Изразът $\frac{2x+2}{x^2+2x-3} - \frac{1}{x+3}$, при $x \neq 1$, $x \neq -3$, е тъждествено равен на:

А) $\frac{1}{x+3}$ Б) $\frac{2}{x-1}$ В) $\frac{1}{x+1}$ Г) $\frac{1}{x-1}$

4. Най-малкото от числата е:

А) $\log_3 \frac{1}{27}$ Б) $\log_5 5$ В) $\log_{\sqrt{2}} 1$ Г) $2^{\log_2 5}$

5. Решенията на уравнението $\left(9-x^2\right)\sqrt{x-1} = 0$ са:

А) 1 и -3 Б) 1 и 3 В) $-3, -1$ и 3 Г) -3 и 3

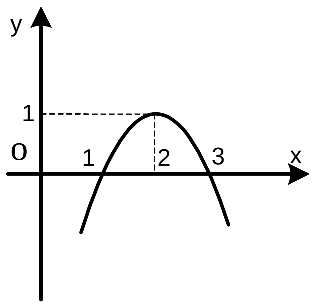
6. Параболата от чертежа е графиката на функцията:

А) $y = -x^2 - 4x + 3$

Б) $y = x^2 + 4x + 3$

В) $y = x^2 - 4x + 3$

Г) $y = -x^2 + 4x - 3$

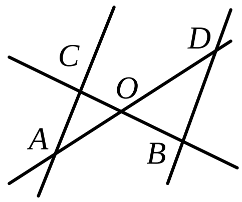


7. Решенията на неравенството $2x^2 - x - 1 < 0$ са:

А) $(-\infty; 1)$ Б) $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ В) $(-\frac{1}{2}; 1)$ Г) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$

8. Ако $AC \parallel BD$, $OA = 6\ cm$, $OB = 5\ cm$ и $OC = 3\ cm$,

то дължината на отсечката OD е:



А) $8\ cm$ Б) $3\frac{3}{5} cm$

В) $10\ cm$ Г) $2{,}5\ cm$

9 . Частното на геометрична прогресия $a_1, a_2, a_3, \ldots,$ за която $a_2 = -6$ и $a_5 = 162$ е:

А) $-\frac{1}{3}$ Б) 3 В) -9 Г) -3

10. Изчислете $\sin 2\alpha$, ако $\sin\alpha = 0{,}6$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

А) $\frac{6}{5}$ Б) $-\frac{5}{6}$ В) $-\frac{24}{25}$ Г) $\frac{24}{25}$

11. Медианата на статистическия ред 5, 2, 9, 8, 12, 1, 4, 7, 4, 6 е:

А) 5 Б) 5,5 В) 6 Г) 6,5

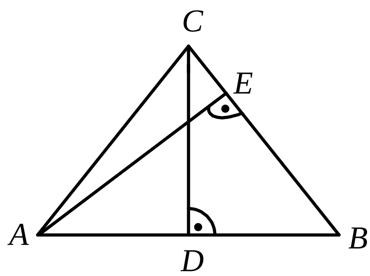
12. Стойността на израза $\log_5 5 + \log_3 27 + \lg 0{,}001$ е:

А) 3 Б) 2 В) 1 Г) 6

13. В равнобедрен триъгълник ABC $(AC = BC)$

основата $AB = 30\ cm$, а височината $CD = 20\ cm$.

Дължината на височината AE $(E \in BC)$ е равна на:



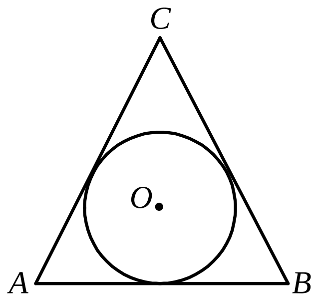
А) $16\frac{2}{3}\ cm$ Б) $18\ cm$

В) $16\ cm$ Г) $24\ cm$

14. В кой от интервалите функцията $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ е растяща?

А) $(3\ ;\ 5)$ Б) $(-3\ ;\ 2)$ В) $(5\ ;\ 7)$ Г) $[7\ ;\ +\infty)$

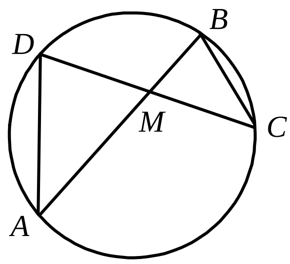
15. Окръжност с център O и радиус r е вписана в равностранен триъгълник ABC. Да се намери дължината на страната на триъгълника, ако $r = 3\sqrt{3}\ cm$.



А) $18\ cm$　　Б) $8\sqrt{3}\ cm$

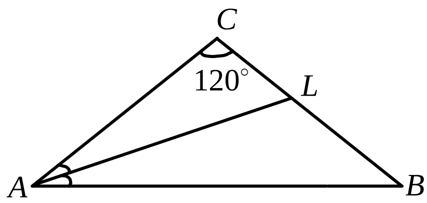
В) $9cm$　　Г) $6\sqrt{3}\ cm$

16. В окръжност хордите AB и CD се пресичат в точка M така, че $AM = 4cm$, $MC = 3\ cm$ и лицето на $\triangle AMD$ е $2\ cm^2$. Лицето на $\triangle MCB$ е равно на:



А) $\frac{8}{9}\ cm^2$　　Б) $\frac{2}{3}\ cm^2$　　В) $\frac{3}{2}\ cm^2$　　Г) $\frac{9}{8}\ cm^2$

17. Даден е равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = 6\ cm$ и $\measuredangle ACB = 120^\circ$. Дължината на ъглополовящата $AL\,(L \in BC)$ е равна на:



А) $3\sqrt{6}\ cm$　　Б) $2\sqrt{3}\ cm$

В) $\sqrt{6}\ cm$　　Г) $2\sqrt{6}\ cm$

18. Кодът на охранителна система се състои от 4 различни нечетни цифри. Какъв е максималният брой опити, които трябва да се направят, за да се открие кодът на системата?

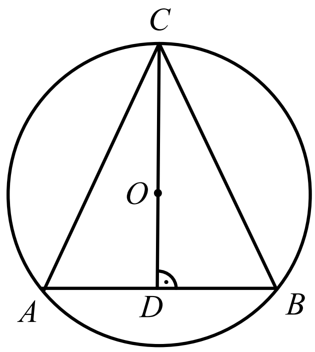
А) 220　　Б) 180　　В)120　　Г) 240

19. Две от страните на триъгълник са с дължини $4\sqrt{3}\ cm$ и $4\ cm$, а ъгълът между тях е 30°. Видът на триъгълника е:

А) равнобедрен тъпоъгълен　　Б) равнобедрен остроъгълен

В) не може да се определи　　Г) правоъгълен

20. В окръжност с център O и радиус $R = 3\sqrt{3}\ cm$ е вписан остроъгълен равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = 6\sqrt{2}\ cm$. Височината CD на триъгълника е равна на:



А) $4\sqrt{2}\ cm$ Б) $4\sqrt{3}\ cm$ В) $6\sqrt{3}\ cm$ Г) $5\sqrt{2}\ cm$

<u>Отговорите на задачите от 21. До 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

21. Да се реши уравнението $\left(x^2 - 2x\right)^2 - 2\left(x^2 - 2x\right) - 3 = 0$

22. Да се представи израза $\sin\alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha$ във вид на произведение

23. В шампионската лига по футбол участват 32 отбора, разпределени в 8 групи по 4 отбора. Отборите във всяка група играят по два мача помежду си. Намерете броя на мачовете който се изиграват.

24. Равнобедрен трапец с бедро $5\ cm$ и диагонал $7\ cm$ е описан около окръжност. Да се намерят основите на трапеца.

25. Даден е триъгълник ABC, в който, $AC = 4\ cm$ $BC = 8\ cm$ и $\measuredangle ACB = 120^\circ$. Да се намери дължината на ъглополовящата CL $(L \in AB)$.

<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

26. Сборът на три числа, образуващи аритметична прогресия, е 12. Ако към третото число се прибави 2, ще се получи геометрична прогресия. Да се намерят тези три числа.

27. Точката M е средата на страната CD на успоредника $ABCD$. Намерете лицето на успоредника, ако $\measuredangle BAD = 60^0$, $MA = 6\ cm$ и $MB = 4\ cm$.

28. Правилен петоъгълник $ABCDE$ е вписан в окръжност с център O. Построен е един триъгълник с върхове измежду шестте точки A, B, C, D, E и O. Да се намери вероятността построения триъгълник да е тъпоъгълен.

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0 \quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $\quad x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a| \qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b \qquad \log_a a^x=x \qquad a^{\log_a b}=b$; при $b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=1.2.3...\left(n-1\right)n=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.\left(n-1\right)...\left(n-k+1\right)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.\left(n-1\right)...\left(n-k+1\right)}{1.2.3...(k-1)k}$

Вероятност $\quad P(A)=\dfrac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \qquad 0\leq P(A)\leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+\left(n-1\right)d \qquad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+\left(n-1\right)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1} \qquad S_n=\dfrac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^0-\alpha$	$90^0+\alpha$	$180^0-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$
cotg	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{cotg}\alpha\mathrm{cotg}\beta\mp 1}{\mathrm{cotg}\beta\pm\mathrm{cotg}\alpha}$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\mathrm{tg}2\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}\qquad \mathrm{cotg}2\alpha=\frac{\mathrm{cotg}^2\alpha-1}{2\mathrm{cotg}\alpha}\qquad \sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)\qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$