

Прочетете внимателно указанията, преди да започнете решаването на теста!

УКАЗАНИЯ

Формат на теста

Тестът съдържа 28 задачи по математика.

25 тестови задачи от два вида:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 5 задачи със свободен отговор;

3 задачи, решенията на които се представят в писмен вид с необходимите обосновки.

Прочетете внимателно условията на задачите и ги решете. Не отделяйте прекалено много време на задача, която ви се струва трудна. Върнете се на нея по-късно, ако ви остане време.

Отбелязване на отговорите

Отбелязвайте отговорите в тестовата книжка със син цвят на химикалката.

За задачите със структуриран отговор отбележете буквата с верния отговор, като я зачертаете с **X**.

Например, ако искате да отбележите отговор б), направете го по указания начин:

a) ~~б)~~ в) г)

Ако искате да се откажете от отговора, който вече сте отбелязали, например от отговор б), и да отбележите отговор в), това може да направите така:

a) ~~б)~~ ~~в)~~ г)

За задачите със свободен отговор е оставено празно място след всяка задача. Използвайте това място, за да запишете отговорите си.

Верните отговори на задачите със структуриран отговор, със свободен отговор и в писмен вид се оценяват съответно с по 2 точки, с по 3 точки и с по 15 точки. За грешен отговор, за посочване на повече от един отговор на една задача или за непосочване на отговор точки не се присъждат и не се отнемат.

Максималният брой точки за целия тест е 100.

Време за работа – 4 астрономически часа.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Първа част

1. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 30x + 11 = 0$, то $x_1(1 + x_2) + x_2$ е равно на:

- а) -19 ; б) 41 ; в) 29 ; г) $\sqrt{181}$.

2. Корените на кое квадратно уравнение са с различни знаци:

- а) $3x^2 - 5x - 1 = 0$; б) $2x^2 - 3x + 5 = 0$; в) $-4x^2 + 7x - 1 = 0$; г) $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

3. Кои от посочените числа са корени на уравнението $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 1$:

- а) -1 ; б) 1 и -1 ; в) 1 ; г) 2 .

4. Числото 1 не е корен на уравнението:

- а) $x^3 - 1 = 0$; б) $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = 0$; в) $\frac{2x^2 - x - 1}{x - 2} = 0$; г) $x^4 + x^2 - 2 = 0$.

5. Кое от посочените числа е най-малко?

- а) $3^{\frac{3}{2}}$; б) $4^{\frac{3}{2}}$; в) $5^{\frac{3}{2}}$; г) $\pi^{\frac{3}{2}}$.

6. За кои стойности на x съществува изразът $\log_{\frac{1}{x}}(1 - x)$?

- а) $x > 0, x \neq 1$; б) $x < 1, x \neq 0$; в) $0 < x < 1$; г) $|x| < 1$.

7. Коя от редиците е аритметична прогресия?

- а) $-1, 2, -3, 4, \dots$; б) $-2, -5, -7, -12, \dots$;
в) $2, 4, 6, 9, \dots$; г) $1 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}, 4 + 4\sqrt{2}, \dots$

8. Частното на растяща геометрична прогресия, за която $a_3 = \sqrt{3}$ и $a_5 = \sqrt{6}$, е:

- а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\sqrt[4]{2}$; г) $\sqrt[4]{3}$.

9. Произведението $(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ)$ е равно на:

- а) $-\frac{1}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $-\frac{1}{8}$.

10. Ако $\operatorname{tg} \alpha = 3$, то стойността на израза $\frac{2 \sin(180^\circ - \alpha) + 3 \cos(180^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha)}$ е:

- а) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $-3\sqrt{2}$.

11. Вероятност на случайно събитие може да бъде числото:

- а) $\log_3 \frac{1}{3}$; б) $\cos \frac{5\pi}{4}$; в) $\sqrt{2}$; г) 3^{-2} .

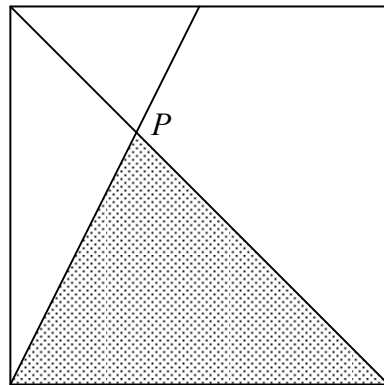
12. Решенията на неравенството $5x^2 - 3 \geq 4x^2 + 5x - 9$ са:

- а) $x \in [3; +\infty)$; б) $x \in [2; 3]$; в) $x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$; г) $x \in (-\infty; 2]$.

13. Модата, медианата и средно аритметичната на извадката 5; 3; 3; 8; 8; 7; 8; 9; 12; 11; 12 са:

- а) 8; 8; $\frac{86}{11}$; б) 12; 7; $\frac{86}{11}$; в) 3; 8; $\frac{85}{11}$; г) 7; 12; $\frac{91}{11}$.

14. На фигурата $ABCD$ е квадрат със страна 2, а M е средата на CD . Ако P е пресечната точка на AM и BD , то лицето на $\triangle ABP$ е равно на:



- а) 2; б) $\frac{4}{3}$; в) 1; г) $\frac{2}{3}$.

15. Ако в правоъгълния триъгълник ABC проекциите AH и BH на катетите AC и BC върху хипотенузата са $AH = 8$ и $BH = 2$, то катетът BC е равен на:
- а) $2\sqrt{3}$; б) 3; в) $2\sqrt{5}$; г) $3\sqrt{5}$.
16. В равнобедрения трапец $ABCD$ с основи $AB = 8$ и $CD = 2$ е вписана окръжност. Радиусът r на тази окръжност е равен на:
- а) 3; б) $2\sqrt{3}$; в) 2; г) 1,5.
17. Ако в ромба $ABCD$ са дадени диагоналът $BD = d$ и $\angle BAD = 2\alpha$, то лицето на ромба $ABCD$ е:
- а) $\frac{d^2 \operatorname{tg} \alpha}{2}$; б) $\frac{d^2 \operatorname{cotg} \alpha}{2}$; в) $\frac{d^2 \sin \alpha}{2}$; г) $\frac{d^2 \operatorname{cotg} \alpha}{4}$.
18. В триъгълника ABC е вписан квадрат $KLMN$ така, че страната му KL лежи на AB , а M и N лежат съответно на страните BC и CA . Ако $AB = 6$ cm, а лицето на триъгълника ABC е 36 cm², то лицето на квадрата е:
- а) 4 cm²; б) 16 cm²; в) 18 cm²; г) 20 cm².
19. Правоъгълните триъгълници ABC и ABD имат обща хипотенуза AB , а точките C и D са в различни полуравнини относно AB . Ако ъгъл DAC е равен на 45° и $AB = 6\sqrt{2}$, дължината на отсечката CD е равна на:
- а) $3\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{3}$; в) 6; г) $6\sqrt{2}$.
20. В тъпоъгълния триъгълник ABC $AC = 3$ cm, $BC = \sqrt{7}$ cm и $\angle A = 60^\circ$. Дължината на страната AB е:
- а) 1 cm; б) 2 cm; в) $\sqrt{2}$ cm; г) 6 cm.

Втора част

21. Решенията на уравнението $x^4 - 8x^2 - 20 = 0$ са
22. Най-малката и най-голямата стойност на функцията $y = x^2 - 5x + 6$, $x \in [1; 5]$, са
23. Точките M , N , P и Q са среди съответно на страните AB , BC , CD и DA на четириъгълника $ABCD$, $AC = 4$ cm, $BD = 6$ cm и $NQ = \sqrt{10}$ cm. Дължината на MP , е
24. Ако синусите на двата остри ъгъла в триъгълник са $\frac{3}{5}$ и $\frac{12}{13}$, то косинусът на третия ъгъл е
25. В партида от 100 детайла 5 са дефектни. Вероятността от три случайно взети детайла от партидата и трите да са дефектни е

Трета част

Представете решенията на следващите три задачи с необходимите обосновки в писмен вид.

26. Решете системата
$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x + 4 = 0 \\ 6xy - 9x - y + 14 = 0. \end{cases}$$

27. Лицето на триъгълник ABC е 8 cm^2 , а медианите AA_1 , BB_1 , CC_1 се пресичат в точка M , като $AA_1 = 5$ cm, $BB_1 = 4$ cm и $\angle AMB > 90^\circ$. Намерете дължината на медианата CC_1 .
28. От 10 ученика и 6 ученички трябва да се сформират 4 смесени двойки за участие в турнир по тенис (смесената двойка се състои от едно момче и едно момиче). Намерете по колко начина може да стане това.