СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“– СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2016 г.

Тема за 8–9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2016 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Произведението

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10}\right)$$

е равно на:

А) $\frac{1}{10}$ **Б)** $\frac{1}{9}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{10}{11}$

2. Нека p, q, r са прости числа, за които

$$(p+1)(q+1)r = pqr + 32.$$

Произведението pqr е равно на:

А) 28 **Б)** 44 **В)** 52 **Г)** 68

3. Две страни на триъгълник имат дължини 10 и 15. Кое от долните числа не е възможно да е периметъра на триъгълника?

А) 51 **Б)** 45 **В)** 41 **Г)** 35

4. Едната страна на правоъгълник е увеличена с 10%, а другата с 20%. С колко процента се е увеличило лицето на правоъгълника?

А) 12% **Б)** 22% **В)** 32% **Г)** 42%

5. Сумата на цифрите на трицифрено число, което намалява 7 пъти при зачертаване на средната му цифра се дели на:

А) 5 **Б)** 6 **В)** 7 **Г)** 8

6. Ако a и b са числа, за които $a > b > 0$ и $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{5}{2}$, то числото $\frac{a+b}{a-b}$ е равно на:

А) 3 **Б)** 6 **В)** 9 **Г)** 1

7. Нека ABC е равностранен триъгълник, P е такава точка върху страната AB, за която $AP = 2PB$ и Q е точка върху страната AC, за която $CQ = 2AQ$. На колко е равен $\sphericalangle APQ$?

А) 15° **Б)** 30° **В)** 45° **Г)** 60°

8. Броят на целите числа по-големи от 100 и по-малки от 400, които имат поне една цифра 2 е равен на:

А) 126 **Б)** 128 **В)** 136 **Г)** 138

9. За колко естествените числа $n > 1$ произведението на n и най-малкият прост делител на n не надминава 100?

А) 33 **Б)** 34 **В)** 35 **Г)** 36

10. Нека $ABCD$ е ромб с диагонал $AC = 20$ и $\sphericalangle BAD = 60^\circ$. Върху страната CD е взета точка N и нека P и Q са нейните ортогонални проекции върху диагоналите BD и AC. Най-малката възможна дължина на отсечката PQ е равна на:

А) 4 **Б)** 5 **В)** 6 **Г)** 7

11. Да се намери броят на целите числа n, за които $n^2 + 8n + 3$ е квадрат на цяло число.

12. Нека a, b, c, d са реални числа, за които

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4.$$

Да се намери най-малката стойност на израза

$$(a + 2)(b + 2) + cd.$$

13. Да се намери сумата на всички цели числа k, за които уравнението

$$(4k + 1)x + 16k^2 + 2015 = 0$$

има цял корен.

14. Да се намери най-малкото число от вида

$$|53^k - 37^l|,$$

където k и l са естествени числа.

15. Да се намери броят на естествените числа n, за които числата

$$n(n + 5) \text{ и } (n + 1)(2n + 3)$$

имат едни и същи прости делители.