

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2016 г.

Тема за 10., 11., 12. клас

(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2016 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle DAC$ пресичат страните BC и DC на изпъкнал четириъгълник $ABCD$ в точки E и F . Да се докаже, че медицентърът M на $\triangle BCD$ лежи на EF тогава и само тогава, когато $AC = AB + AD$.

2. Да се докаже, че ако $a, b > 0$ и $a^3 + b^3 \geq 2$, то $a^2 + b^2 \geq a + b$.

3. Да се докаже, че всяко естествено число n може да се представи във вида $a^2 + 2b^2 - 11c^2$, където a, b и c са естествени числа.