МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
РЕГИОНАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА ОБРАЗОВАНИЕТО – СОФИЯ-ГРАД
София 1303, ул. „Антим I”, № 17, тел.:9356050, факс:9883937, e-mail: rio_sofia_grad@mon.bg, www rio-sofia-grad.com

LXVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
17.12.2016 г.

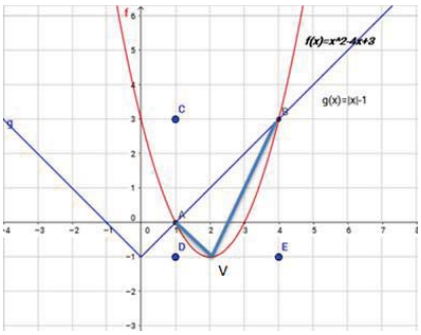
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ:

X КЛАС

Зад. 1. а) За съставяне на уравнението $x^2 - 4x + 3 = x - 1$ и намиране на корените му $x_1 = 4$ и $x_2 = 1$ *(1,5 точка)*

За съставяне на уравнението $x^2 - 4x + 3 = -x - 1$ и извод няма реални корени *(1,5 точка)*

За определяне координатите на пресечните точки $A(1; 0)$ и $B(4; 3)$ *(1 точка)*



б) Пресмятане на лицето на ΔABV:

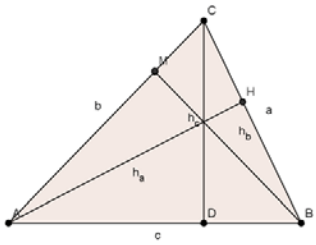
$$S_{\Delta ABV} = S_{DEBC} - (S_{\Delta VEB} + S_{\Delta ADV} + S_{\Delta ABC}) =$$

$$= DE.BE - \frac{VE.BE + AD.DV + AC.BC}{2} = 12 - \frac{8+1+9}{2} = 3$$

(3 точки)

math.bg.com

Зад. 2. Определяне на дефиниционна област
$D: 9 - 4 < b < 9 + 4 \Rightarrow 5 < b < 13$ *(1 точка)*



За намиране на зависимост между страните на подобните триъгълници $\frac{c}{h_a} = \frac{a}{h_c} = \frac{b}{h_b}$

(1 точка)

Намиране на друга зависимост между страните и височините в триъгълник и намиране на търсената страна $\frac{h_a}{h_b} = \frac{9}{b} \Rightarrow b = 4.\frac{9}{b} \Rightarrow b^2 = 36 \Rightarrow b = 6cm$ *(4 точки)*

Проверка в D и определяне на решението $AC = 6$ *ст.* *(1 точка)*

Зад. 3.

I начин: $\sqrt{2(x^2-x-2a^2+2a+2)}=x+1$, дефиниционна област: $x\geq -1$ *(0,5 точки)*

$2(x^2-x-2a^2+2a+2)=(x+1)^2\geq 0 \Rightarrow\ 2(x^2-x-2a^2+2a+2)\geq 0$ *(0,5 точки)*

$2x^2-2x-4a^2+4a+4=x^2+2x+1$

$f(x)=x^2-4x-4a^2+4a+3=0$ *(1 точка)*

$\left|\begin{array}{l} f(-1)\geq 0\ (1) \\ f(0)<0\quad (2)\end{array}\right.$ *(2 точки)*

(1) $f(-1)=1+4-4a^2+4a+3\geq 0$

$a^2-a-2\leq 0, (a+1)(a-2)\leq 0, a\in[-1;2]$ *(1 точка)*

(2) $f(0)=-4a^2+4a+3<0$

$4a^2-4a-3>0, a\in\ (-\infty;-\frac{1}{2})\cup(\frac{3}{2};+\infty)$ *(1 точка)*

Окончателно $a\in\ \left[-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\ \left(\frac{3}{2};\ 2\right]$ *(1 точка)*

II начин:

$\sqrt{2(x^2-x-2a^2+2a+2)}=x+1$, дефиниционна област: $x\geq -1$ *(0,5 точка)*

$2(x^2-x-2a^2+2a+2)=(x+1)^2\geq 0 \Rightarrow\ 2(x^2-x-2a^2+2a+2)\geq 0$ *(0,5 точка)*

$2x^2-2x-4a^2+4a+4=x^2+2x+1$

$f(x)=x^2-4x-4a^2+4a+3=0$ *(1 точка)*

$D=4+(4a^2-4a-3).1=(2a-1)^2$ *(1 точка)*

$x_{1,2}=\frac{2\pm(2a-1)}{1},\ x_1=2a+1;\ x_2=-2a+3$ *(1 точка)*

$\left|\begin{array}{l} 2a+1>0 \\ -1\leq -2a+3<0\end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} -1\leq 2a+1<0 \\ -2a+3>\ 0\end{array}\right.$ *(по 1 точка)*

$\left|\begin{array}{l} a>-\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}<a\leq 2\end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} -1\leq a<-\frac{1}{2} \\ a<\frac{3}{2}\end{array}\right.$ *(по 0,5 точки)*

Окончателно $a\in\ \left[-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\ \left(\frac{3}{2};\ 2\right]$ *(1 точка)*

Забележка: Ако не е използвано, че $2(x^2-x-2a^2+2a+2)=(x+1)^2\geq 0$ е изпълнено за всички решения на уравнението, то за намерените x_1 и x_2 директно чрез заместване проверяваме дали $x^2-x-2a^2+2a+2\geq 0$.

За $x_1=2a+1$: $(2a+1)^2-(2a+1)-2a^2+2a+2\geq 0; D<0$ изпълнено за $\forall a$

За $x_2=-2a+3$: $(3-2a)^2-(3-2a)-2a^2+2a+2\geq 0;\ (a-2)^2\ \geq 0$ изпълнено за $\forall a$

(0,5 *точки*)

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.

math-bg.com