ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА – 17.12.2016 г.
Примерни критерии за оценяване на решенията на XI клас

1 зад. а) Най-голямата стойност на квадратната функция: $y = -x^2 + 4x - 3$

се получава при $x_0 = -\frac{b}{2a} = 2$ и е равна на $y_0 = 1$.

$\Rightarrow a_4 + a_9 = 1 \;\; \Rightarrow a_1 + a_{12} = 1 \Rightarrow S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2}.12 \;\; \Rightarrow S_{12} = 6$ **3 точки**

б) Изразяваме дадените числа от аритметичната прогресия: a_1, $a_4 = a_1 + 3d$, $a_8 = a_1 + 7d$. Тези числа са последователни членове на геометрична прогресия $\Rightarrow$ от свойството на геометрична прогресия и даденото условие за сбора им получаваме

системата: $\left| \begin{array}{l} (a_1 + 3d)^2 = a_1.(a_1 + 7d) \\ a_1 + a_1 + 3d + a_1 + 7d = \frac{148}{9} \end{array} \right.$

Тъй като по условия аритметичната прогресия е растяща $\Rightarrow$ $d = 0$ не е решение.

$\Rightarrow a_1 = 4, d = \frac{4}{9} \Rightarrow$ търсените числа са 4; $5\frac{1}{3}; 7\frac{1}{9}$ **4 точки**

2 **зад.** От *sin T* $\Rightarrow$ *c* = 2*R sin* 120°, *c* = 7 см

От *r* = (*p*-*c*) *tg* 60° $\Rightarrow$ *a* + *b* = 9

От *cos T* $\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab \cos 120° = 49 \Rightarrow (a + b)^2 - 2ab + ab = 49 \Rightarrow ab = 32$

$S = \frac{ab \sin\gamma}{2} = 8\sqrt{3}$ **7 точки**

3 **зад.** Нека *CM* – медиана в триъгълника *ABC* и ∠ *AMC* = *φ*.

Прилагаме *cos T* за *Δ ACM* и *Δ BCM* :

$$b^2 = \frac{c^2}{4} + m_c^2 - 2.\frac{c}{2}.m_c \cos\varphi$$

$$a^2 = \frac{c^2}{4} + m_c^2 - 2.\frac{c}{2}.m_c \cos(180° - \varphi)$$

Изваждаме двете равенства и получаваме

$$a^2 - b^2 = c.m_c.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$S_{ABC} = 2S_{AMC} = \frac{c.m_c.\sin\varphi}{2} = 3\sqrt{2}$$ **7 точки**

Забележка: Всяко друго ***вярно*** *и* ***пълно*** *описание на решението на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.*

За областен кръг се класират ученици, получили не по-малко от 70% от максималния брой точки.

math-bg.com