

LXV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА - ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.12.2015 г. - VII клас

Задача 1.

a) $A = 1\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(3x - \frac{1-9x^2}{2} \right) - \frac{1}{2} (x^2 + 6x + 9)$ 2т.

$$A = \frac{5}{3} + \frac{6x-1+9x^2}{6} - \frac{x^2+6x+9}{2}$$
 1т.

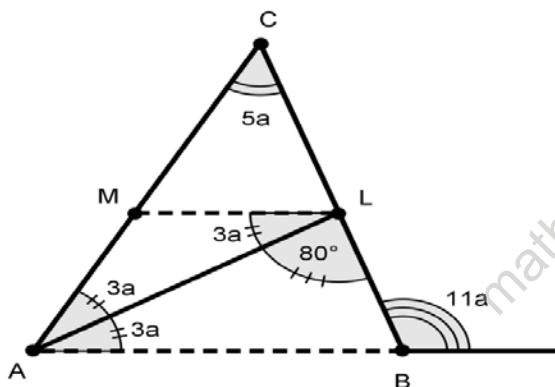
$$A = x^2 - 2x - 3$$
 1т.

б) $(x-3)(x+1)$ 1т.

в) $A = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ 1т.

Най-малката стойност на A е -4 при $x=1$ 1т.

Задача 2.



a) Чертеж 1 т.

$$\angle BAC + 5a = 11a; \angle BAC = 6a$$
 1 т.

$$\angle BAC : \angle BCA = 6a : 5a = 6 : 5$$
 1 т.

б) $\angle BAL = \angle LAM = 3a$ (ъглополовяща) 1 т.

$$\angle BAL = \angle ALM = 3a$$
 (кръстни) 1 т.

$$\angle BAL = \angle ALM = 3a$$
 (външен за $\triangle ALC$) 1 т.

$$8a = 80^\circ; a = 10^\circ; \angle ALM = 3a = 30^\circ$$
 1 т.

Задача 3.

a) $2a^2 + 3ab + a + b^2 + b = (a+b)(2a+b+1) = 0$ 3т.

б) $x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$ 1т.

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 20 \Rightarrow xy = -8$$
 1т.

$$x^4 - x^2y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 3x^2y^2 = 400 - 3 \cdot 64 = 208$$
 1т.

$$x^6 + y^6 = 20 \cdot 208 = 4160$$
 1т.

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.