Отговори:

1. а), 2. б), 3. в), 4. г) $x \in \left[0, \frac{10-\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{10+\sqrt{2}}{2}, 6\right]$, 5. в), 6. г) $x \in (-\infty, 1) \cup (1,2) \cup (2, \infty)$ 7. в),

8. б), 9. в), 10. в), 11. в), 12. б), 13. $-\frac{1}{\cos 2\alpha}$, 14. $\frac{1}{24}$, 15. $S = \frac{2b(3ac-4b^2)}{a^2c}$, 16. $\frac{k}{(1-k)^2}$, 17.

$30^o, 60^o$ *и* 90^o.

Решения:

15. Като използваме формулите на Виет за корените на даденото уравнение, намираме $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{a}$ и $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$. Преобразуваме израза за S и получаваме. Заместваме в S $x_1 + x_2$ и $x_1 x_2$ с равните им и получаваме $S = \frac{2b(3ac-4b^2)}{a^2c}$.

16. Означаваме $S_{ABC} = S$ и $\angle ABD = \beta$. От ΔEDC и ΔABC следва, че

$S_{EDC} = \left(\frac{CD}{CB}\right)^2 .S = \left(\frac{CB-BD}{CB}\right)^2 .S = (1-k)^2 .S$. Тогава $S_{ABD} = \frac{\frac{1}{2} AB.BD.\sin\beta}{\frac{1}{2} AB.BC.\sin\beta} .S = k.S,$

т.е. $\frac{S_{ABD}}{S_{EDC}} = \frac{k}{(1-k)^2}$

17. Нека ABC е дадения триъгълник и CD е ъглополовяща на ъгъла ACB. Означаваме $\angle CAB = \alpha, \angle ABC = 3\alpha$, $S_{CDB} = S_1$ и $S_{ADC} = S_2$. Тогава $S_2 : S_1 = 2:1$,

$\angle ACB = 180^o - 4\alpha, \angle ACD = \angle BCD = 90^o - 2\alpha$. Тогава $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{1} = \frac{2AC.CD.\sin(90^o - 2\alpha)}{2CB.CD.\sin(90^o - 2\alpha} = \frac{AC}{BC}$

намираме $AC = 2BC$. От синусова теорема за ΔABC имаме $\frac{AC}{\sin 3\alpha} = \frac{BC}{\sin\alpha}$ или

$\sin 3\alpha = 2\sin\alpha \Leftrightarrow 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha = 2\sin\alpha \Leftrightarrow \sin\alpha(4\sin^2\alpha - 1) = 0$.

Като вземе предвид, че α и 3α са ъгли в триъгълник , получаваме $\alpha = 30^o$. Следователно ъглите на триъгълника са $30^o, 60^o, 90^o$.

math-bg.com