СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

6 декември 2014 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2014 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Ако m и n са естествени числа, за които $\frac{2^m 10^8}{1+7^2} = 2^{10}5^{n+1}$, да се намери $m+n$.

А) 8 **Б)** 9 **В)** 6 **Г)** 7

2. В един триъгълник отношението на най-малкия и средния ъгъл е $1:2$, а на средния и най-големия е $14:15$. Да се намери сумата на най-малкия и най-големия ъгъл.

А) 120° **Б)** 116° **В)** 112° **Г)** 110°

3. От цифрите x, y и z съставили шест различни трицифрени числа, във всяко от които всяка от цифрите участвала по веднъж. След това събрали шестте трицифрени числа и получили 3552. Да се намери сумата $x+y+z$.

А) 14 **Б)** 15 **В)** 16 **Г)** 18

4. Ако $\frac{a}{b} = 14$, то $\frac{a^2-8ab-33b^2}{b^2}$ е равно на:

А) 51 **Б)** 16 **В)** 33 **Г)** 14

5. Даден е триъгълник ABC с $\sphericalangle ACB = 68^\circ$. Върху правата AB са избрани точки M и N така, че $MA = AC$, $NB = BC$, A е между M и B, B е между A и N. Да се намери $\sphericalangle MCN$.

А) 128° **Б)** 124° **В)** 123° **Г)** 120°

6. Колко са двуцифрените числа $\overline{ab}$, които са делители на $\overline{a0b}$?

А) не може да се определи
Б) 1
В) 12
Г) 24

7. Да се намери сумата на всички естествени числа n, които имат следното свойство: ако разделим n на 11, получаваме равни частно и остатък, ако разделим n на 17, също получаваме равни частно и остатък.

А) 224 **Б)** 216 **В)** 208 **Г)** 200

8. Върху страната AB на $\triangle ABC$ са разположени точки M и N така, че $AM : MN : NB = 2:2:1$, а върху страната AC – точка K така, че $AK : KC = 1:2$. Да се намери лицето на $\triangle MNK$, ако е известно, че лицето на $\triangle ABC$ е равно на 1 см^2.

А) $\frac{1}{7}$ см^2 **Б)** $\frac{3}{17}$ см^2 **В)** $\frac{1}{8}$ см^2 **Г)** $\frac{2}{15}$ см^2

9. Дадени са две успоредни прави, 6 различни точки върху едната от тях и 5 различни точки върху другата. Колко общо са триъгълниците и четириъгълниците с върхове в дадените 11 точки?

А) 275 **Б)** 280 **В)** 285 **Г)** 300

10. Квадрат 8×8 е разделен на 64 клетки 1×1. Разглеждаме покритията на квадрата с черни и бели равнобедрени правоъгълни триъгълници с бедра 1, при които всяка клетка е покрита с точно два такива триъгълника. Едно покритие се нарича правилно, ако всеки два триъгълника с обща страна са с различен цвят. Колко са правилните покрития?

А) 2^{16} **Б)** 2^8 **В)** 2 **Г)** 2^{64}

11. Колко са естествените числа n със свойството: $n+5$ дели 2014, а 2015 дели $2n+11$.

12. Целите неотрицателни числа a, b, c и d са такива, че $2^{a+b}+2^{b+c}+2^{c+d}+2^{d+a}=27$. Да се намери сумата $a+b+c+d$.

13. Иван си избрал естествено число n и написал на дъската числата $n-100, n-99, \ldots, n-1, n, n+1, \ldots, n+99, n+100$. Оказало се, че всички написани от Иван на дъската числа са естествени и най-голяма сума на цифрите измежду тях има числото n. Да се намери най-малкото n с това свойство.

14. Кое е най-малкото n, за което n-ъгълник може да бъде разрязан на следните 2012 фигури: един триъгълник, един четириъгълник, един петоъгълник и т.н., накрая един 2014-ъгълник?

15. Комисията за борба с ненужното ксерокопиране (КБНК) била заподозряна в ненужно ксерокопиране. За да се провери дали това е вярно, била създадена Проверяваща комисия (ПК), която, за да може да си свърши работата, поискала да се направи по едно ксерокопие на всяка страница, разглеждана от КБНК, за всеки от осемте члена на ПК. Работата и на двете комисии била обслужвана от една и съща фирма, която ксерокопирала за КБНК на цена от 4 ст. на страница, а за ПК направила първите 2500 ксерокопия по 3 ст., а останалите – по 2 ст. В крайна сметка се оказало, че ПК е изхарчила за ксерокопиране 5 пъти повече средства, отколкото КБНК. Колко страници е разгледала КБНК?