

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

Двадесет и трети турнир Черноризец Храбър
1 ноември 2014 г.

Инструкция (9–10 клас)

1. Време за работа 90 минути. Не се разрешава използване на калкулатори и друга изчислителна техника.

2. Към всяка задача са дадени 5 възможности за отговор. В бланката за отговори срещу номера на всяка задача напишете верния според вас, като използвате една от буквите: А, Б, В, Г, Д.

3. Попълвайте бланката ясно и четливо с ГЛАВНИ ПЕЧАТНИ букви. Двусмислено попълнен или неясен отговор могат да се считат за грешен отговор. Ако не можете да намерите отговор, може да не попълвате съответното поле, т.е да оставите полето срещу номера на задачата празно.

Забележка. Чертежите обикновено не са точни, а само изобразяват описаната в условието конфигурация.

Дават се следните точки:

- За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 10 включително – по 5 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 11 до 20 включително – по 7 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 21 до 30 включително – по 9 точки.
- За непопълнен отговор на задача – по 3 точки.
- За грешен отговор – 0 точки.

Задачите са предложени от Борислав Лазаров, Боянка Савова, Ивайло Кортезов и Йордан Табов.

Темата е съставена от Борислав Лазаров.

Двадесет и трети турнир „Черноризец Храбър“

Състезателна тема за 9–10 клас

1. $2^0 + 1^4 =$

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 2014 Д) никое от тези

2. $\sqrt{20\frac{1}{4}} =$

- А) 4,2 Б) 4,4 В) $10\frac{1}{2}$ Г) $2\sqrt{5}$ Д) никое от тези

3. Кое число разполовява отсечката от абцисата с краища корените на уравнението $x^2 - 20x + 14 = 0$?

- А) 10 Б) 7 В) 9 Г) 8 Д) никое от тези

4. Точките A , B , C лежат на една права и $AC = 8$. На колко е равно разстоянието между средите на AB и BC ?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5
Д) не е еднозначно определено

5. Три четвърти от едно положително число е колкото 27% от неговото реципрочно. На колко е равно числото?

- А) $\frac{5}{3}$ Б) 0,6 В) 1,6 Г) $\frac{9}{25}$ Д) никое от тези

6. Колко са десетичните цифри на числото $A = 20^{14}$?

- А) 14 Б) 19 В) 20 Г) 2014 Д) никое от тези

7. В страната на великаните всичко е 12 пъти по-голямо, отколкото в нашия свят, а при лилипутите е 12 пъти по-малко. Гъливер изял общо 120 ябълки при великаните и при лилипутите. Това се равнявало на 153 наши ябълки. Колко големи ябълки е изял Гъливер в страната на великани?

- А) 7 Б) 9 В) 12 Г) 13 Д) никое от тези

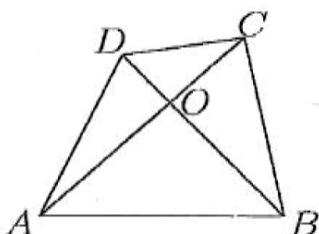
8. На колко е равно лицето на многоъгълник с периметър 10, описан около окръжност с радиус 1?

- А) $2\sqrt{3}$ Б) 4 В) 5 Г) $3\sqrt{5}$ Д) никое от тези

9. За $\triangle ABC$ е дадено $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$, $\angle BAC = 45^\circ$.
На колко е равен $\angle BCA$?

- А) 30° Б) 45° В) 60° Г) 75° Д) никое от тези

10. Диагоналите на четириъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Лицата на триъгълниците ABO , BCO и ADO са съответно 12, 4 и 3. Ако $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, то на колко е равен \overrightarrow{CD} ?



- А) $\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a}$ Б) $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$ В) $\frac{1}{4}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$ Г) $\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$
Д) никое от тези

11. Определяме за всеки две числа a и b операцията $a \diamond b = a^2 - \frac{4}{b}$. В коя точка графиката на функцията $f(x) = x \diamond 2$ пресича ординатната ос?

- А) (0; 2) Б) (0; -2) В) (1; 0) Г) (-1; 0) Д) никое от тези

12. На колко е равна най-малката стойност на израза $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z$,

в който x , y , z приемат произволни реални стойности?

- А) 0 Б) -1 В) -2 Г) -3 Д) никоя от тези

13. Тънък маркуч за напояване оросява точките на разстояние до 1 м от коя да е своя точка. Маркучът е поставен във форма на квадрат със страна 4 м на ливада. Приблизително колко квадратни метра от ливадата се оросяват по този начин?

- А) 31 Б) 30 В) 27 Г) 25 Д) 24

14. В 8 ч от А за В тръгва кола, отива до В и веднага се връща в А; в 8 ч от В за А тръгва мотор, отива до А и веднага се връща в В; колата и моторът се движат с постоянни скорости. На отиване те се срещат на 50 км от А, на връщане се срещат на 20 км от В. Колко километра е пътят от А до В?

- А) 70 Б) 130 В) 90 Г) 140 Д) никое от тези

15. За коя стойност на параметъра a таблицата може да се допълни до магически квадрат?

		a
		$2a$
$-a$		3

- А) $a = 0$ Б) $a = 1$ В) $a = -1$ Г) $a = 2$ Д) $a = -2$

16. Кое е решението на уравнението $31_5 + 121_x = 52_6$, в което индексите показват основата на бройната система?

- А) 111_2 Б) 10_3 В) 10_8 Г) 12_7 Д) 12_4

17. Колко са естествените числа, по-малки от 2014 и взаимно прости с 2014? ($2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$)

- А) 936 Б) 975 В) 1001 Г) 1007 Д) 892

18. Кой е 2014-тия член на редицата $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, \dots$, в която след 1 са две числа 2, три числа 3, четири числа 4 и т. н.?

- А) 64 Б) 65 В) 62 Г) 66 Д) никое от тези

19. На колко е равен радиусът на най-малката окръжност, която минава през точката $M(3; 2)$ и се допира до координатните оси?

- А) $2 + \sqrt{3}$ Б) $3 + 2\sqrt{2}$ В) $7 - 3\sqrt{2}$ Г) $5 + 3\sqrt{2}$ Д) $5 - 2\sqrt{3}$

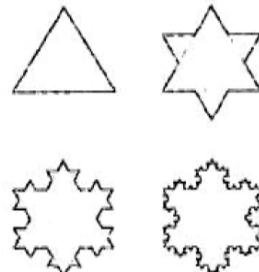
20. Коя е най-малката стойност на функцията
 $f(x) = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + |x - 4| + |x - 5|$,
определена за $x \in (-\infty; +\infty)$?
А) 0 Б) 10 В) 6 Г) 4 Д) никое от тези

21. В асансьор влизат 7 души. По колко начина те могат да слязат на 5 определени етажа така, че на всеки етаж да слезе поне един човек?

- А) 16 800 Б) 5040 В) 50 400 Г) 12 100
Д) никое от тези

22. Образуваме *снегусинки на Кох* по такава итеративна процедура: K_0 е равностранен триъгълник; ако n е естествено число и е създадена K_{n-1} , то K_n се създава, като всяка страна на K_{n-1} се разделя на три равни части, върху средната се построява равностранен триъгълник и от него се взимат двете страни, разположени външно за K_{n-1} , както е показано на чертежа. Ако K_{10} е направена от тел, то колко най-много екземпляра K_0 могат да се направят от тази тел?

- А) по-малко от 9 Б) между 9 и 16 В) между 16 и 25
Г) между 25 и 35 Д) поне 36

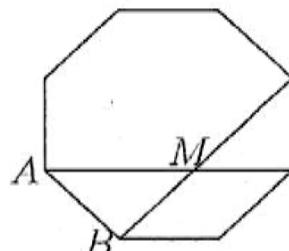


23. Около кръгла маса са седнали 2014 души, половината от които лъжци (винаги лъжат), а останалите – честни (винаги казват истината). Започнах да обикалям около масата и да питам поред „Какъв е десният Ви съсед?“; отговорите на първите 2012 души се редуваха: „Честен“, „Лъжец“, „Честен“, „Лъжец“, ... Ако попитам 2013-я и 2014-я, какви отговори ще получава?

- А) „Честен“, „Честен“
Б) „Честен“, „Лъжец“
В) „Лъжец“, „Честен“
Г) „Лъжец“, „Лъжец“
Д) не може да се определи

24. Осмоъгълникът на чертежа е правилен. На колко е равно лицето му, ако лицето на $\triangle ABM$ е 1?

- А) 8 Б) $8\sqrt{2}$ В) $4\sqrt{2}$
Г) $4(\sqrt{2} + 1)$ Д) $2(\sqrt{2} + 1)$



25. В банята плочките образуват квадратна мрежка. Хлебарката X в началния момент се намира във възел на мрежата, след това всяка секунда пробягва единична отсечка от мрежата в произволна посока. В колко различни точки на банята може да се окаже X след 6 секунди? (X има достатъчно простор за движение във всички посоки.)

- А) 49 Б) 36 В) 25 Г) 64 Д) никое от тези

26. Членовете на Управителния съвет са 25. От София са 13, от Бургас, Варна, Пловдив и Русе има по 3. Заседанията на Управителния съвет са се провеждали в

- А) Панагюрище Б) Правец В) Троян
Г) Калофер Д) София.

В кой от изброените градове общото пропътувано разстояние от членовете на Управителния съвет е било най-малко? (Предполагайте, че пътуването между града на заседанието и града на живеещ става по отсечка.)

27. Муха пропълзяла между две диаметрално противоположни точки от основата на прав кръгов конус с радиус 5 и образуваща 10. Тя изминала най-малкото възможно разстояние, движейки се само по околната повърхнина. Кое от числата

- А) 14 Б) $14\frac{1}{2}$ В) 15 Г) $15\frac{1}{2}$ Д) 16

е най-добрата приблизителна стойност на това разстояние?

28. Нека за естественото число $n \geq 2$ означим:
с $\varphi(n)$ броя на взаимнопростите с n числа, по-малки от n ;
със $\sigma(n)$ сумата от делителите на n ;
с $\delta(n)$ броя на делителите на n .

Колко са едноцифрените корени на уравнението

$$\varphi(n) + \sigma(n) = n\delta(n) ?$$

- A) 3 B) 4 В) 5 Г) 6 Д) 7

29. На колко нули ще завърши резултатът, който ще отпечата следният програмен фрагмент:

Функция $F(n)$:

{ако $n = 0$, то $F := 1$, иначе $F := n * F(n - 1)$;
 $F(n) := F$;}

Функция $G(k, n)$:

{ако $k = 0$, то $G := n$, иначе $G := F(G(k - 1, n))$;
 $G(k, n) := G$;}

Отпечатай $G(3, 3)$.

- A) 178 Б) 174 В) 172 Г) 168 Д) 162

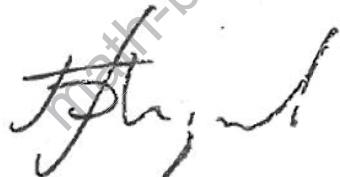
30. Върху окръжност са отбелязани 11 точки по такъв начин, че след като се прекарат всевъзможните отсечки с краища тези точки, никои три отсечки не минават през една точка. На колко части тези отсечки разбиват кръга?

- A) 265 Б) 386 В) 401 Г) 517 Д) никое от тези

Драги ученици,

Днес се провежда двадесет и третото издание на Есенния турнир **Черноризец Храбър**. Времето показва, че това престижно състезание събира за участие интелектуалния елит на българската младеж, а постигнатите резултати впечатляват нас – деятели на науката и образованието, изпълвайки ни с оптимизъм за бъдещето на нацията. Убеден съм, че и този път, мерейки сили помежду си, но най-вече демонстрирайки солидни познания и математическо вдъхновение, ще посрещнете с радост и гордост **Деня на народните будители**.

Честит празник!



Доц. д-р Борислав Лазаров

Национален координатор на Турнира