

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Двадесет и трети турнир **Черноризец Храбър**
1 ноември 2014 г.

Инструкция (7–8 клас)

1. Време за работа 90 минути. Не се разрешава използване на калкулатори и друга изчислителна техника.

2. Към всяка задача са дадени 5 възможности за отговор. В бланката за отговори срещу номера на всяка задача напишете верния според вас; като използвате една от буквите: А, Б, В, Г, Д.

3. Попълвайте бланката ясно и четливо с ГЛАВНИ ПЕЧАТНИ букви. Двусмислено попълнен или неясен отговор могат да се считат за грешен отговор. Ако не можете да намерите отговор, може да не попълвате съответното поле, т.е да оставите полето срещу номера на задачата празно.

Забележка. Чертежите обикновено не са точни, а само изобразяват описаната в условието конфигурация.

Дават се следните точки:

- За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 8 включително – по 5 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 9 до 17 включително – по 7 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 18 до 25 включително – по 9 точки.
- За непопълнен отговор на задача – по 3 точки.
- За грешен отговор – 0 точки.

Задачите са предложени от Борислав Лазаров, Боянка Савова и Ивайло Кортезов.
Темата е съставена от Борислав Лазаров.

Двадесет и трети турнир „Черноризец Храбър“

Състезателна тема за 7–8 клас

1. $201,4 + 20\frac{1}{4} =$

- А) 222 Б) 221,65 В) 220,114 Г) 201,42025
Д) никое от тези

2. Кой е коренът на уравнението $20x = 14$?

- А) $\frac{10}{7}$ Б) $\frac{7}{10}$ В) 20,14 Г) 14,20 Д) никое от тези

3. Точкиите A , B , C , D лежат на една права и $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 4$. Кое число не може да е дължината на AD ?

- А) 1 Б) 3 В) 5 Г) 7 Д) 9

4. През ваканцията Вачо планирал да реши 80 задачи. Разпределил ги по равно за всеки ден. Започнал да решава един ден по-късно и се наложило да решава всеки ден с 4 задачи повече от предвидените. По колко задачи на ден е решавал Вачо?

- А) 20 Б) 16 В) 8 Г) 10 Д) никое от тези

5. Коя е цифрата на единиците на 2014^{2014} ?

- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 8 Д) никое от тези

6. Друми пътувал с автомобил, с автобус и със самолет, като изминал общо 2014 км. Разстоянието, което изминал със самолет, било 7 пъти по-голямо от това с автомобил. С автобус изминал 146 километра по-малко, отколкото с автомобил. Колко километра е пътувал Друми с автобус?

- А) 240 Б) 94 В) 84 Г) 386 Д) никое от тези

7. На концерта изпълнителите пеят или танцуват, като $\frac{2}{5}$ от певците участват и в танците, а $\frac{1}{4}$ от танцьорите са и певци. Броят на всички изпълнители е 66. Колко са едновременно певци и танцьори?

- А) 12 Б) 22 В) 16 Г) 20 Д) никое от тези

8. През ваканцията 8 пъти валял дъжд, но или само сутрин, или само следобед. Освен това, 6 пъти преди обед не валял дъжд, 4 пъти следобед не валял дъжд. Колко дни е била ваканцията?

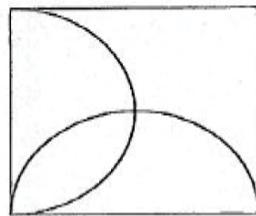
- А) 9 Б) 10 В) 11 Г) 18 Д) никое от тези

9. Определяме за всеки две числа a и b операцията $a \diamond b = a^2b - 4b$. За коя стойност на параметъра a уравнението $a \diamond x = a - 2$ има безбройно много решения?

- А) 2 Б) -2 В) 4 Г) -4 Д) никое от тези

10. На колко квадратни сантиметра е равно лицето на частта от квадрата, външна за двета полукръга, ако страната на квадрата е 2 см?

- А) $4 - \pi$ Б) $3 - \frac{\pi}{2}$ В) $\frac{\pi}{2} - 1$ Г) $2 - \frac{\pi}{2}$
Д) никое от тези



11. Глобус е разделен на 12 части, като са прекарани p паралела и m меридиана. Какво може да се твърди за p , ако е известно, че $m + p$ е възможно най-малко?

- А) $p = 2$ Б) $p = 3$ В) $p = 4$ Г) $p = 5$
Д) не е еднозначно определено

12. Какъв ъгъл сключват стрелките на часовника в 10 часа и 10 минути?

- А) 120° Б) 118° В) 115° Г) 112° Д) никое от тези

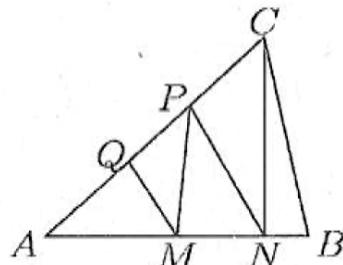
13. Естественото число u ще наричаме *умно*, ако $u-1$ и $u+1$ са прости. На колко е равен сборът на умните числа, ненадвишаващи 30?

- А) 30 Б) 22 В) 36 Г) 70 Д) никое от тези

14. В 8:00 ч от А за В тръгва кола, отива до В и веднага се връща в А; в 8:00 ч от В за А тръгва мотор, отива до А и веднага се връща в В; колата и моторът се движат с постоянни скорости. На отиване те се срещат в 8:20. На връщане те отново се срещат. В колко часа се срещат на връщане?

- А) 8:40 Б) 9:00 В) 9:20 Г) 9:40 Д) никое от тези

15. Триъгълникът ABC е разбит на пет равнолицеви триъгълника: AMQ , PMQ , MNP , CPN и BCN . Ако $AB = 45$ см, то колко сантиметра е MN ?



- А) 12 Б) 15 В) 16 Г) 18 Д) никое от тези

16. Кое е решението на уравнението $41_5 + 23_x = 52_6$, в което индексите показват основата на бройната система?

- А) 100_2 Б) 21_3 В) 12_7 Г) 23_4 Д) 10_8

17. На колко трябва да е равно x в таблицата, за да може тя да се допълни до магически квадрат?

		a
		$2a$
$-a$		x

- А) a Б) $3a$ В) $-2a$ Г) $-3a$ Д) $4a$

18. Определете сбора на параметрите a и b от тъждество то

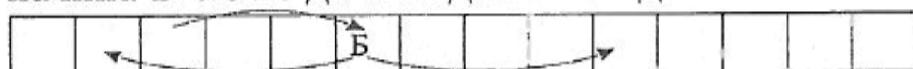
$$x^3 - 9x^2 + 20x + a = (x^2 - 3x + 2)(x + b).$$

- А) -6 Б) -12 В) -18 Г) 12 Д) никое от тези

19. На колко е равен сборът от всички делители на 2014?
 $(2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53)$

- A) 2894 B) 3240 C) 3680 D) никое от тези

20. Кутия, дълга 14 см и широка 1 см, е разделена на 14 квадратни клети 1×1 см. В центъра на най-лявата клетка се намира бълхата Б. Първият скок на Б е 1 см и тя попада в центъра на съседната клетка. Всеки следващ скок тя увеличава с 1 см, попадайки в центъра на клетка от кутията. По колко начина Б може да попадне в най-дясната клетка?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 D) никое от тези

21. По колко начина числото 6 може да се представи като сбор на по-малки естествени числа, ако редът на събирамите е съществен? Например $3 = 1 + 2 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1$, т.е. 3 се представя по 3 начина.

- A) 6 B) 15 C) 23 D) 31 D) никое от тези

22. С числата 1, 2, 3, 4, 5 и 6 са номерирани стените на куб, а номерата на ръбовете са произведението на номерата на стените, сключващи съответния ръб. При това се оказа-ло, че 12 не се среща никъде. На колко е равна сумата от номерата на ръбовете?

- A) 150 B) 100 C) 126 D) 146 D) никое от тези

23. Нека за естественото число $n \geq 2$ означим:
с $\varphi(n)$ броя на взаимнопростите с n числа, по-малки от n ;
със $\sigma(n)$ сумата от делителите на n ;
с $\delta(n)$ броя на делителите на n .

За кое от числата не е вярно равенството $\varphi(n)+\sigma(n) = n\delta(n)$?

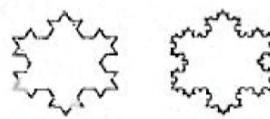
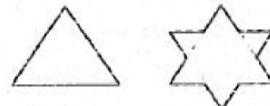
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
D) за четирите изброени числа е вярно

24. Около кръгла маса бяха седнали n души, някои от които лъжци (винаги лъжат), а останалите – честни (винаги казват истината). Започнах да обикалям около масата и да питам всеки „Какъв е десният Ви съсед?“; отговорите все се редуваха: „Честен“, „Лъжец“, „Честен“, „Лъжец“, ... Кое от следните може да е равно на n ?

- A) 2014 B) 2016 C) 2017 D) никое от тези

25. Образуваме *снежинки на Кох* по такава итеративна процедура: K_0 е равностранен триъгълник; ако n е естествено число и е създадена K_{n-1} , то K_n се създава, като всяка страна на K_{n-1} се разделя на три равни части, върху средната се построява равностранен триъгълник и от него се взимат двете страни, разположени външно за K_{n-1} , както е показано на чертежка. Ако K_{10} е направена от тел, то колко най-много екземпляра K_0 могат да се направят от тази тел?

- A) по-малко от 9 B) между 9 и 15 C) между 16 и 24
D) между 25 и 35 E) поне 36



Екипът на турнира **Черноризец Храбър** осъществява научно-методическо ръководство на съпътстващото обучение през 2015 г.:

Майсторски клас, през април.

Летен математически семинар, в края на юни – началото на юли.

Есенен математически семинар, през септември.

Актуална информация за тези инициативи ще има на страницата на Турнира www.math.bas.bg/ch

Драги ученици,

Днес се провежда двадесет и третото издание на Есенния турнир **Черноризец Храбър**. Времето показва, че това престижно състезание събира за участие интелектуалния елит на българската младеж, а постигнатите резултати впечатляват нас – деятели на науката и образованието, изпълвайки ни с оптимизъм за бъдещето на нацията. Убеден съм, че и този път, мерейки сили помежду си, но най-вече демонстрирайки солидни познания и математическо вдъхновение, ще посрещнете с радост и гордост **Деня на народните будители**.

Честит празник!



Доц. д-р Борислав Лазаров

Национален координатор на Турнира