СМБ – Секция "Изток"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 15.12.2013г.

12 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име……..училище…….....град……...

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор" се приема за решение само, ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. Изразът $x^{-8}.\sqrt[5]{x^3} - x^{-2}.x^{-\frac{27}{5}}$ е равен на:

а) x б) x^{-3} в) 0 г) друг отговор

2. Целите стойности на параметъра a , за които уравнението $(a-10)x^2-3(a-10)x+4=0$ няма реални корени са:

а) 11 и 12 б) 10 и 11 в) 11, 12 и 13 г) друг отговор

3. Ако $x+y=16$ и $xy=4$, то стойността $x^{-3}+y^{-3}$ е:

а) 60 б) 61 в) 66 г) друг отговор

4. Решенията на неравенството $\sqrt{x+12} > x$ са:

а) $x\in(0;+\infty)$ б) $x\in[4,+\infty)$ в) $[-12,4)$ г) друг отговор

5. Колко трицифрени числа могат да се образуват от цифрите 3, 0, 5, 6 така, че във всяко трицифрено число да не се повтаря нито една цифра?

а) 18 б) 24 в) 4 г) друг отговор

6. Частното на геометрична прогресия $\{a_n\}$, за която $a_{14}:a_{17}=64:27$ е:

а) 3/4 б) –3/4 в) 4/3 г) друг отговор

7. Диагоналите AC и BD на трапеца $ABCD$ се пресичат в точка O, а продълженията на бедрата AD и BC се пресичат в точка M. Ако $AD:DM=3:5$, то отношението $AO:OC$ е равно на:

а) 3:2 б) 5:3 в) 8:5 г) друг отговор

8. Корените на уравнението $8^{x+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-16}$ са:

а) –5; 2 б) –2;5 в) –5; 0 г) друг отговор

9. В равнобедрен трапец с основи 9см и 4см е вписана окръжност. Диаметърът на тази окръжност е:

а) 4см б) 5см в) 6см г) друг отговор

10. Корените на уравнението $\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 2$ са:

а) ±2 б) 2 в) –2 г) друг отговор

11. В равнобедрен триъгълник височините към основата и към бедрото са съответно a и b. Дължината на основата на триъгълника е:

а) $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2-b^2}}$ б) $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}$ в) $\frac{ab}{\sqrt{4a^2-b^2}}$ г) друг отговор

12. Окръжностите $\kappa_1(O_1,r_1)$ и $\kappa_2(O_2,r_2)$ се допират външно. През точка O_2 е построена допирателна към κ_1, която се допира до κ_1 в точка A. Ако $AO_2=3r_2$, то отношението $r_1:r_2$ е равно на:

а) 5 б) 6 в) 7 г) друг отговор

math-bg.com

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише.
Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. Да се намерят решенията на системата

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^3 - y^3 = 7 \end{cases}.$$

Отговор:……

14. Допирната точка на вписаната в правоъгълен триъгълник окръжност разделя хипотенузата на отсечки с дължини 5см и 12 см. Да се намери радиуса на тази окръжност.

Отговор:……

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението.
Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Правилният шестоъгълник *ABCDEF* е вписан в окръжност с център *O*. Построен е един триъгълник с върхове измежду седемте точки *A, B, C, D, E, F* и *O*. Да се намери вероятността построеният триъгълник да е равностранен.

16. Даден е триъгълник със страни a=13, b=15 и c=14. В него е вписан полукръг с център, лежащ на страната c. Да се намери радиуса на този полукръг.

17. Да се реши системата

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x + xy + y^2 = 1 \end{cases}.$$

math-bg.com