РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ВАРНА
63-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 15.12.2013 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

XII клас

1 задача а) - за D≥0 и $m \in (-\infty; 4-2\sqrt{6}] \cup [4+2\sqrt{6};\ \infty)$ 1 т.

- за $x_1+x_2=x_1m$ и $x_1=-1$ при $m\neq 0$ 1 т.

- за m=-2 1 т.

- за $x_1=-1$ и $x_2=3$ 1 т.

б) - за DM $x\in(-\infty, \infty)$ и $\left(\frac{15+2.7^x}{7^{x+1}}\right)^{\frac{x-1}{x}} = 1$ 1 т.

- за $x_1=1$ 1 т.

- за $x_2 = log_7 3$ 1 т.

2 задача.а) за док., че петата на височината на пирамидата е център на описаната окръжност около основата $ABCD$ 1 т.

- за намиране на $\angle BAD=\angle BCD=90°$ и извод, че BD е диаметър на описаната окръжност 1 т.

- за намиране на дължината на диагонала на BD $BD = 13$ 1 т.

- за намиране радиуса на описаната окръжност R=6,5 1 т.

б) - за височината на пирамидата $h = \frac{13\sqrt{3}}{2}$ 1 т.

- за лицето на основата $ABCD$ $S = 30 + 6\sqrt{10}$ 1 т.

- за обема на $ABCDM$ $V = 65\sqrt{3} + 13\sqrt{30}$ 1 т.

3 задача.
а)Нека O е центърът на окръжността κ, а DP и CQ са височините на трапеца.
$BC = 2\cos\alpha$ 1т.
$CQ = BC\sin\alpha = \sin 2\alpha; AP = BQ = BC\cos\alpha = 2\cos^2\alpha$ 1т.
$CD = AB - 2AP = 2 - 4\cos^2\alpha = -2\cos 2\alpha$ 0,5т.
$S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2}.CQ = 4\sin^3\alpha.\cos\alpha$ 1т.
б) Разглеждаме функцията $f(\alpha) = 4\sin^3\alpha\cos\alpha$
$f`(\alpha) = 4\sin^2\alpha(3 - 4\sin^2\alpha)$ 1т.
$f'(\alpha) = 0;\ \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2};\ \alpha = 60^0$ 1т.
$f(\alpha)$расте при $\alpha \in (45^0; 60^0)$ и $f(\alpha)$ намалява при $\alpha \in (60^0; 90^0)$ 1т.
Тогава лицето на трапеца е най-голямо при $\alpha = 60^0$ 0,5т.

Забележка: *Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки, като оценяващите изготвят съответните критерии.*

math-bg.com