



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ

Министерство на образованието и науката

Регионален инспекторат по образованието – Ямбол

Утвърдил:

Стойко Стойков

За Началник на РМО – Ямбол



63 – ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 20.12.2013 ГОД.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

Задача 1. Намерете  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} (\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos x)$

7 точки

Задача 2. Двата върха на равнобедрен триъгълник със страна  $a$  лежат на окръжността на горната основа на цилиндър, а третият връх лежи на долната основа на цилиндъра. Равнината на триъгълника сключва с образувателната на цилиндъра ъгъл  $\alpha$ . Намерете околната повърхнина на цилиндъра.

7 точки

Задача 3. В триъгълна пирамида  $SABC$  един от равнинните ъгли при върха  $S$  е прав, а ортогоналната проекция на  $S$  върху равнината на основата  $ABC$  съвпада с пресечната точка на височините на триъгълник  $ABC$ .

а) Докажете, че  $m^2 + n^2 + t^2 \geq 18r^2$ , където  $SA = m$ ,  $SB = n$ ,  $SC = t$ ,  $r$  е радиусът на вписаната окръжност в основата на пирамидата

б) Докажете, че  $\frac{r_3}{H} \in (0,4; 0,5)$ , където  $H$  е височината на пирамидата,  $r_3$  е радиусът на вписаната окръжност в сечението на пирамидата с равнина, минаваща по околния ръб  $SC$  и височината на пирамидата

7 точки

Време за работа 4 часа.

До областния кръг ще бъдат допуснати ученици,

които са получили най – малко 16 точки.

Желаем Ви успех!