РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
Министерство на образованието и науката
Регионален инспекторат по образованието– **Ямбол**

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

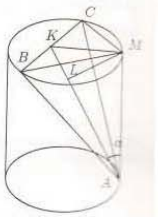
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 20.12.2013 ГОД.

Критерии за XII клас:

Задача 1 :

За рационализиране на израза и достигане до $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\frac{2\sin^2 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}+\cos x}$	4 точки
$2.\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2}.\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 x}+\cos x}$	2 точки
За определяне на границата 1	1 точка

Задача 2:

Страната $BC=a$ на равностранния $\triangle ABC$ лежи на горната основа на цилиндъра, върха А на окръжността на долната основа, АМ е образувателната на цилиндъра, К – средата на ВС. Доказване, че равнините (AMK) и (ABC) са перпендикулярни. 	2 точки
Построяване на проекцията на AM в равнината (ABC) – AK и определяне на $\sphericalangle MAK=\alpha$	1 точка
Определяне на дължината на AK, AM, MK, BM	2 точки
Определяне на радиуса на окръжността, описана около $\triangle BMC$	1 точка
Определяне на лицето на околната повърхнина на цилиндъра	1 точка

Задача 3:

За определяне на триъгълниците ABS, BCS, ACS, че са правоъгълни	0,5 точка
Определяне : $p=\frac{a+b+c}{2}, r=\frac{S_{\triangle ABC}}{p}=\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}$	0,5 точка
От неравенството между средно аритметично и средно геометрично: $(p-a)(p-b)(p-c)\le\left(\frac{3p-(a+b+c)}{3}\right)^3=\left(\frac{p}{3}\right)^3$ и $r\le\frac{p^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{3}{2}}}.\frac{1}{p^{\frac{1}{2}}}=\frac{p}{3\sqrt{3}}$	1 точка
От неравенството между средно аритметично и средно квадратично на числата a, b, c и се приложи Питагорова теорема за триъгълниците BCS, CAS, ABS: $p=\frac{a+b+c}{2}\le\frac{3}{2}\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\left(\frac{m^2+n^2+t^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}(m^2+n^2+t^2)^{\frac{1}{2}}$	1 точка
Следователно $r\le\frac{p}{3\sqrt{3}}\le\frac{(m^2+n^2+t^2)^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{2}}$,откъдето и исканото	1 точка