Критерии за оценяване на задачите от

общински кръг на олимпиадата по математика - 14.12.2013.

X – клас

Задача 1. а) - Представяне на неравенството във вида: $-x(x-2)^2(x-3)>0$ - 1 т.

- Пояснено, че $x=2$ не е решение - 0,5 т.
- Решено неравенство $x(x-3)<0$ и получен интервал $x\in(0;3)$ - 0,5 т.
- Даден окончателен отговор за неравенството $x\in(0;2)\cup(2;3)$ - 0,5 т.
- Намерено $n=1$ - 0,5 т

Общо 3 точки.

Забележка: Ако не е отхвърлено $x=2$ като решение и е получено $n=2$, общо се отнема 1 точка.

б) Задачата допуска два начина за работа:

I- начин

- Намерени корени на квадратния тричлен $x=-2$ и $x=2a-1$ - 1 т.
- Разгледан случай за решение на неравенството $x\in(-\infty;2a-1)\cup(-2;\infty)$ и пояснено, че условието ще се удовлетворява при $2a-1<-2$ и получен отговор $a\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ - 1 т.
- Разгледан случай за решение на неравенството $x\in(-\infty;-2)\cup(2a-1;\infty)$ и пояснено, че условието ще се удовлетворява при $-2\le 2a-1\le 1$ и получен отговор $a\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$ - 1,5 т.
- Даден окончателен отговор $a\in(-\infty;1]$ - 0,5 т.

Общо 4 точки.

II-начин

- Обосновано, че условието ще се удовлетворява или при

$$x_1\le x_2\le 1 \quad\Leftrightarrow\quad \left|\begin{array}{l} D=(2a+1)^2\ge 0 \text{ изп. за } \forall x \\ \frac{2a-3}{2}\le 1 \\ f(1)\ge 0 \end{array}\right.$$

, където $f(x)=x^2+(3-2a)x-4a+2$ - 2 т.

- Решена система и получен окончателен отговор $a\in(-\infty;1]$ - 2 т.

Забележка: Ако е решавано с друга стойност на n, например $n=2$, точки се дават за всеки логически верен извод, независимо, че отговорът не е получен.

Задача 2. а) - Построена точка A_1 и доказано, че $A_1\in BC$ - 1 т.

- Доказано, че $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADC$ - 0,5 т.
- Доказано, че $\sphericalangle A_1DC=\sphericalangle ADC$ - 0,5 т.
- Обосновано, че около $LDBA_1$ може да се опише окръжност - 1 т.

Общо 3 точки.

б) - Намерени $\sphericalangle ABC=30^\circ$ и $\sphericalangle BAC=60^\circ$ - 1 т.

- Намерено $S_{ADB}=R^2$ - 0,5 т.
- Доказано, че $AC=CM=MB=R$ - 1 т.
- Намерено $S_{ABMC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$ - 1 т.
- Намерено $S_{ADBMC}=\frac{3\sqrt{3}+4}{4}R^2$ - 0,5 т.

Общо 4 точки.

math-bg.com

Задача 3. Ще предложим едно възможно решение на задачата.

$$(x+1)(x^3+4)+2(1+2x)\sqrt{-x^3-4}+8=0$$

D: $-x^3-4\geq 0 \Rightarrow x\in\left(-\infty;-\sqrt[3]{4}\right)$ - 0,5 т.

Полагаме $\sqrt{-x^3-4}=y, \quad y\geq 0$ - 0,5 т.

Получаваме уравнението $(x+1)y^2-2(1+2x)y-8=0$ - 0,5 т.

1. Проверяваме че $x=-1$ не е корен на уравнението. - 0,5 т.
2. При $x\neq -1$ разглеждаме уравнението като квадратно относно y.

$$D=(2x+3)^2, \quad y_1=4, \quad y_2=\frac{-2}{x+1}$$ - 1,5 т.

3. От $\sqrt{-x^3-4}=4 \quad \Rightarrow x_1=-\sqrt[3]{20}\in D$ - 0,5 т.
4. От $\sqrt{-x^3-4}=\dfrac{-2}{x+1}$ и $x\in\left(-\infty;-\sqrt[3]{4}\right)$ след повдигане та втора степен получаваме уравнението $x^5+2x^4+x^3+4x^2+8x+8=0 \quad \Leftrightarrow \quad (x+2)(x^4+x^2+2x+4)=0$ - 1,5 т.
5. Получаваме $x_2=-2\in D$ - 0,5 т.
6. Доказваме, че $x^4+x^2+2x+4=x^4+(x+1)^2+3>0$ и следователно уравнението няма повече реални корени. - 1 т.

Общо 7 точки.

Всяко друго вярно решение, различно от предложеното, се оценява с максимален брой точки. За участие в областния кръг се предлагат ученици, които са получили не по-малко от 70% от максималния брой точки на общинския кръг.

math-bg.com