

РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ

Министерство на образованието и науката Регионален инспекторат по образованието - Пловдив

4000 Пловдив, ул."Цариброд" № 1, тел.: 032/631-843, 032/628-980, факс: 032/631-847, www.riobg.com, e-mail: rioplovdiv@gmail.com

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА - ПЛОВДИВ, 14.12.2013 г.

IX клас

Задача 1. Извършете означените операции и определете знака на алгебричния израз

$$A = -\frac{x^2}{x+y} - \left(\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2 + 2xy + y^2}\right) : \left(\frac{x^2}{x^2 - y^2} + \frac{x}{y-x}\right)$$

ако х и у имат еднакви знаци.

7 точки

Задача 2.Да се докаже, че ако x_1 и x_2 са корени на квадратното уравнение

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$
, $p \neq 0$,

то за всяко $p \neq 0$ е вярно неравенството $x_1^4 + x_2^4 \ge 2 + \sqrt{2}$.

7 точки

- **Задача 3.** Даден е остроъгълен $\triangle ABC$ с ортоцентър H. Окръжността с диаметър CH пресича AC и BC съответно в точките K и M.
 - а) Да се докаже, че около четириъгълника АВМК може да се опише окръжност.

3 точки

б) Ако $\angle C = 60^{\circ}$ и точка P е среда на AB, да се докаже, че $\triangle MKP$ е равностранен.

4 точки

Време за работа 4 часа.

Желаем Ви успех!