НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ-ХАСКОВО -15.12.2013 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
X клас

1 зад.

а) $(x^3-4x)\left(x^2+2x-8\right)\left(x^2+7x+10\right)\le 0$

$x(x-2)(x+2)(x+4)(x-2)(x+2)(x+5)\le 0$ (1 т.)

Намиране на интервалите на решения на неравенството:

$x(x-2)^2(x+2)^2(x+4)(x+5)\le 0$

$x\in(-\infty;-5]\cup[-4;0]$ (1 т.)

$x=2$ е решение на неравенството

Отговор: $x\in(-\infty;-5]\cup[-4;0]\cup\{2\}$ (1 т.)

б)

~~а~~параболата $\cup$

Неравенството е изпълнено за всяко x, ако D<0 (1 т.)

$D=4(p-2)^2-4$ (1 т.)

$4(p-2)^2-4<0$ (1 т.)

$p^2-4p+3<0$

$p\in(1;3)$ (1 т.)

2 зад. . а) - Построена точка A_1 и доказано, че $A_1\in BC$ (1 т.)

- Доказано, че $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADC$ (0,5 т.)
- Доказано, че $\sphericalangle A_1DC=\sphericalangle ADC$ (0,5 т.)
- Обосновано, че около $LDBA_1$ може да се опише окръжност (1 т.)

б) - Намерени $\sphericalangle ABC=30^\circ$ и $\sphericalangle BAC=60^\circ$ (1 т.)
- Намерено $S_{ADB}=R^2$ (0,5 т.)
- Доказано, че $AC=CM=MB=R$ (1 т.)
- Намерено $S_{ABMC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$ (1 т.)
- Намерено $S_{ADBMC}=\frac{3\sqrt{3}+4}{4}R^2$ (0,5 т.)

. **3.зад :** Функцията $y=-2x^2+4x+1$ е парабола $a=-2\Rightarrow\cap$

Координатите на върха V са $x_V=\frac{-b}{2a}=1\Rightarrow y_V=y(1)=3$ (1 т.)

Следва, че функцията е растяща в интервала $[-3;0]$

Следва, че НМС е при x=-3 $b=-29$

и НГС е при $x=0$ $y(0)=1\Rightarrow a=1$ (2 т.)

Неравенството $x+b+28a\le\frac{2x+7}{x+1}+\frac{x^2-4}{2+x-x^2}$

$x-1\le\frac{2x+7}{x+1}+\frac{x^2-4}{2+x-x^2}$ (0,5 т.)

ДС: $x\ne-1;2$ (0,5 т.)

Решаване на неравенството и достигане до:

math-bg.com

$\frac{(x-3)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \le 0$ (2 т.)

Отг. $x \in (-\infty;-2] \cup (-1;2) \cup (2;3]$ (1 т.)

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максимален брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com