ХАСКОВО

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 15 декември 2013 год.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

Зад. 1. а) Да се опрости израза

$$A=\frac{-x^2}{x+y}-\frac{x^2y}{x^2+2xy+y^2}:\left(\frac{x^2}{x^2-y^2}+\frac{x}{y-x}\right)$$ (3 точки)

б) Да се реши уравнението $\frac{3x+2}{x+5}+\frac{x-5}{1-x}=\frac{x^2-7x+18}{x^2+4x-5}$ (4 точки)

Зад.2 Хордите AC и BD в окръжност с център точка O са перпендикулярни, имат различни дължини и се пресичат в точка K. Нека точките M и N са съответно центровете на окръжностите, описани около ΔABK и ΔCDK.

а) Ако $\angle KAB=50^\circ$, да се намерят ъглите $\angle OMK$ и $\angle MKN$. Докажете, че четириъгълника $OMKN$ е успоредник;

б) Да се докаже, че правите KN и AB са перпендикулярни.

. (7 точки)

Зад.3. Нека $f(x)=x^2+6ax-a$, където a е реален параметър.

а) Намерете стойностите на параметъра a, за които уравнението $f(x)=0$ има поне един реален корен.

(3 точки)

б) Ако реалните корени на уравнението $f(x)=0$ са x_1 и x_2, да се намери най-малката стойност на израза $A=\frac{43a^2-76a}{(1+x_1)(1+x_2)}-\frac{7a^3-10}{(1-6a-x_1)(1-6a-x_2)}$.

(4 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!

math-bg.com