МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – СОФИЯ-ГРАД
София 1303, ул. „Антим I", № 17, тел.:9356050, факс:9883937, e-mail: rio_sofia_grad@mon.bg, www.rio-sofia-grad.com

LXII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
15.12.2012г.

IX клас

Зад. 1. а) Означаваме броя на учениците с x , $x \in N$. Задачите, които всеки трябва да публикува са $x-1$.

$x(x-1)=600$

$x_{1,2}=\frac{1\pm 49}{2}$

$x_1=25$

$x_2<0$

Учениците са 25, а задачите които всеки трябва да публикува са 24.

3 точки

$(600-24):12=48$ задачи седмично трябва да решава всеки **1 точка**

б) I начин

$x_1^2+x_2^2-x_1^4-x_2^4-x_1^3-x_2^3=x_1^2\left(1-x_1^2-x_1\right)-x_2^2\left(1-x_2^2-x_2\right)=$

$=-x_1^2\left(x_1^2+x_1-1\right)+x_2^2\left(x_2^2+x_2-1\right)=-x_1^2.0+x_2^2.0=0$

II начин

$x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2$

$x_1^3+x_2^3=\left(x_1+x_2\right)\left(x_1^2-x_1x_2+x_2^2\right)$

$x_1^4+x_2^4=\left(x_1^2\right)^2+2x_1^2x_2^2+\left(x_2^2\right)^2-2x_1^2x_2^2$

$x_1^4+x_2^4=\left(x_1^2+x_2^2\right)^2-2x_1^2x_2^2$

$x_1+x_2=-1$

$x_1x_2=-1$

$x_1^2+x_2^2=...=3$

$x_1^3+x_2^3=...=-4$

$x_1^4+x_2^4=...=7$

С което тъждеството е доказано

3 точки

Зад. 2.

$x^2+x+2=a>0$

...

$\left(2a^2-1\right)6=7\left(a^2+a\right)$

$a_{1,2}=\dfrac{7\pm 13}{10}$ **4 точки**

$a_1=2$

$a_2=-\dfrac{3}{5}, a_2<0$

$\Rightarrow a_2$ не е решение

$x\left(x+2\right)=0$

$x_1=0$

$x_2=-2$

3 точки

Зад. 3.

$ac\left(a-c\right)+bc\left(c-b\right)+ab\left(b-a\right)=\left(a-b\right)\left(b-c\right)\left(c-a\right)$

$a\left(b^2-c^2\right)+b\left(c^2-a^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)=\left(c-b\right)\left(a-c\right)\left(a-b\right)$ **4 точки**

$\left(a-b\right)^3+\left(b-c\right)^3+\left(c-a\right)^3=3\left(a-b\right)\left(b-c\right)\left(c-a\right)$ **1 точка**

$\dfrac{2013-x^2}{6}=\dfrac{\left(a-b\right)\left(b-c\right)\left(c-a\right)}{\left(c-b\right)\left(a-c\right)\left(a-b\right)}-\dfrac{3\left(a-b\right)\left(b-c\right)\left(c-a\right)}{\left(a-b\right)\left(b-c\right)\left(c-a\right)}$ **1 точка**

$\dfrac{2013-x^2}{6}=1-3$

$\dfrac{2013-x^2}{6}=-2$

$2013-x^2=-12$

$-x^2=-2025$

$x_{1,2}=\pm 45$

1 точка