МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – СОФИЯ-ГРАД
София 1303, ул. „Антим I", № 17, тел.:9356050, факс:9883937, e-mail: rio_sofia_grad@mon.bg, www.rio-sofia-grad.com

LXII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
15.12.2012г.

XI клас

Зад. 1 а)

$a_n = 2n^2 - 17n$

$n = 1$

$2.1^2 - 17.1 = -15$

$n = 2$

$2.2^2 - 17.2 = -26$

$n = 3$

$2.3^2 - 17.3 = -33$

$n = 4$

$2.4^2 - 17.4 = -36$

$n = 5$

$2.5^2 - 17.5 = -35$

Отг. $-15, -26, -33, -36, -35$ **1 точка**

б)

$2n^2 - 17n = -21$

$n_{1,2} = \dfrac{17 \pm 11}{4}$

$n_1 = 7$

$n_2 < 0$

Да, член е. № 7

4 точки

в) $\div -21; -16; -11; -6; -1; 4$

$a_6 = 4$

$a_{108} = 514$

2 точки

Зад. 2 а) Означаваме времето за работа на първата помпа с **X**. Тъй като последната помпа работи 10 часа и помпите се включват една след друга (през равни интервали време), то времената образуват аритметична прогресия с разлика **d**. Нека **n** е броят на всички помпи. Тогава $X = 10 + (n-1)d$ **(1) .** Тъй като свършената работа е равна на

math-bg.com

произведението от сбора от времената на всички помпи и количеството вода, която всяка помпа пълни в басейна за единица време (P), получаваме

$$A=\frac{10+10+(n-1)d}{2}n\cdot P=15n\cdot P\Rightarrow(n-1)\cdot d=10.$$

Като заместим в **(1)**, получаваме $X = 20$, т.е. времето за напълването на басейна е равно на времето за работа на първата помпа, т.е. 20 часа.

5 точки

б) Ако басейнът се е напълнил за 18 часа $\Rightarrow$ първата включена помпа е работила 18 часа. Времената за работа на помпите образуват аритметична прогресия с $a_1=18$ и $a_n=18-(n-1)d$. Аналогично на **а)**, получаваме

$$A=\frac{18+18-(n-1)d}{2}\cdot P=15\cdot P\Rightarrow(n-1)\cdot d=6\Rightarrow a_n=18-(n-1)d = 18 - 6 = 12 \text{ часа.}$$

. **2 точки**

Зад. 3 а) Лицата образуват геометрична прогресия с първи член 4 и частно $\frac{1}{2}$.

Търсим $a_{2013}=?$

$$a_{2013}=a_1q^{2012}=4.\left(\frac{1}{2}\right)^{2012}=\frac{1}{2^{2010}}=2^{-2010}$$

2 точки

$\div 1;5;9...2013$

$4n-3\le 2013$

$n\le 504$

$S_{504}=\frac{1+2013}{2}\cdot 504=1007.504$ / сбор от номерата на белите /

2 точки

Цвят на № 2012 – жълт

$4n\le 2012$

$n\le 503$

Лицата на жълтите квадрати образуват геометрична прогресия с първи член $\frac{1}{2}$, частно $\frac{1}{16}$ и 503 члена.

$$S_{503}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{16}\right)^{503}-1}{\frac{1}{16}-1}=...=\frac{2^{2012}-1}{15.2^{2009}}$$

2 точки

б) $S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{4}{1-\frac{1}{2}}=8$ **1 точка**

math-bg.com