LXII Национална олимпиада по математика – общински кръг
Гр. София, 15 декември 2012 г.

10 клас - РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

Задача 1.

1) За записване на условието $1 < x_1 < x_2 \leftrightarrow \left| \begin{array}{l} D > 0 \\ af(1) > 0 \\ -\frac{b}{2a} > 1 \end{array} \right.$ 0.5 т.

Получаване на системата $\left| \begin{array}{l} 7k^2 + 16k < 0 \\ (k+1)(2k+1) > 0 \\ \frac{k-2}{2(k+1)} > 0 \end{array} \right.$ 1.5 т.

Решаване на системата 1.5 т.

Намиране на системата $k \in (-\frac{16}{7}; -1)$ 0.5 т.

2) Преобразуване на $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2$, заместване в неравенството с формулите на Виет и получаване на $22k^2 + 57k + 26 \leq 0$ 2 т.

Намиране на решенията $k \in \left[-2; -1\right) \cup \left(-1; -\frac{13}{22}\right]$ и $k = -2$ 1 т.

Отговор: $k \in \left(-\frac{16}{7}; -1\right)$ и $k = -2$

Задача 2.

За намиране връх на параболата $x = -\frac{5}{3}$ 0,5т.

При $x \in [-2; -1]$ $f(x)_{min} = f(-\frac{5}{3}) = -\frac{1}{3}$ и следователно $a = -\frac{1}{3}$ 1т.

Аргументиране f(x) растяща 0,5т.

При $x \in [1; 3]$ $f(x)_{max} = f(3) = 65$ и следователно $b = 65$ 1т.

Заместване в неравенството и получаване на $x - 1 \leq \frac{2x+7}{x+1} + \frac{x^2-4}{2+x-x^2}$ 0,5т.

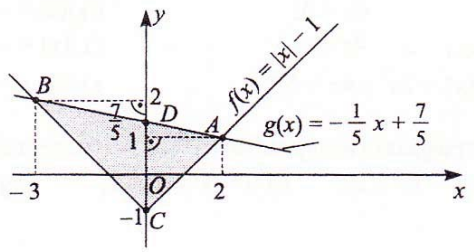
Определяне на допустимите стойности $D: x \neq -1, x \neq 2$ 0,5т.

Преобразуване на неравенството и получаване на $\frac{(x-3)(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$ 2т.

Намиране на решенията $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 2) \cup (2; 3]$ 1т.

отговор $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 2) \cup (2; 3]$

Задача 3.



За начертаване графиките на двете функции и решаване на уравненията: $x - 1 = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$ и $-x - 1 = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$ за определяне на абцисите на пресечните им точки A и B и намиране на координатите им − A(2;1) и B(-3;2) 3 т.

За определяне на координатите на пресечните точки на графиките на f(x) и g(x) с ординатната ос − C(0;-1) и D(0;$\frac{7}{5}$). 1 т.

За лицето на ΔABC: $S_{ABC} = S_{ACD} + S_{BCD} = \frac{1}{2}.CD|x_A| + \frac{1}{2}.CD|x_B| = \frac{1}{2}CD(|x_A| + |x_B|)$

Отговор: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.\frac{12}{5}.5 = 6$ 3 т.

math-bg.com