

## Кратки решения и критерии за оценка на задачите за IX клас

**Зад. 1.** а) Уравнението има смисъл за  $3x - 1 \geq 0$ , т.e.  $x \geq \frac{1}{3}$  **0,5 т.**

I случай  $2x - 3 < 0$ ,  $x < \frac{3}{2}$ , т.e.  $\frac{1}{3} \leq x < \frac{3}{2}$ , тогава  $|2 - x| = 3x - 1$  следва  $x = \frac{3}{4} \in \left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$  е решение. **1 т.**

II случай  $2x - 3 \geq 0$ , т.e.  $x \geq \frac{3}{2}$ , тогава  $|3x - 4| = 3x - 1$  няма корен, който удовл.  $x \geq \frac{3}{2}$  **1 т.**

Отг.  $x = \frac{3}{4}$  **0,5 т.**

б) От Теоремата на Виет и условието за  $x_1$  и  $x_2$  намираме:

$$x_1 + x_2 = -b \text{ и } x_1 \cdot x_2 = c; (x_1 + x_2)^2 = 4x_1 \cdot x_2 \Rightarrow b^2 = 4c \quad \text{1 т.}$$

Определяме  $f(2x) = 4x^2 + 2bx + c$ ;

Щом графиката на  $f(2x)$  минава през точка  $(-2; 9)$ , определяме  $c = 4b - 7$  **1 т.**

$$\begin{cases} b^2 = 4c \\ c = 4b - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 14 \\ b_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 49 \\ c_2 = 1 \end{cases} \quad \text{1 т.}$$

**Зад. 2.** а) при  $x \neq 1$  и  $x \neq 3$  уравнението е еквивалентно на  $x^2 + 3x - 4 = 0$  **2 т.**

$$x_1 = 1 \notin DC \text{ и } x_2 = -4 \Rightarrow x = -4 \text{ е единствено решение} \quad \text{1 т.}$$

б) при  $x \neq 1$  и  $x \neq 2a+1$  получаваме уравнението  $x^2 + (4-a)x - 4a = 0$  **1 т.**

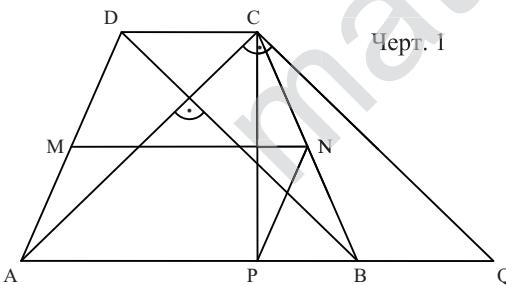
$$\text{с корени } x_1 = a \text{ и } x_2 = -4 \quad \text{1 т.}$$

Уравнението има единствен корен, ако  $a = 1$  или  $a = 2a+1$  или  $a = -4$  или  $-4 = 2a+1$ ,

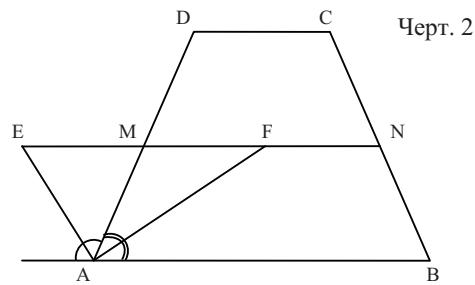
$$\text{т.e. ако } a = 1 \text{ или } a = -1 \text{ или } a = -4 \text{ или } a = -\frac{5}{2} \quad \text{2 т.}$$

(по 0,5 точки за всяка намерена стойност на  $a$ )

**Зад. 3.** а)



Черт. 1



Черт. 2

Построено  $CQ \parallel DB$  /черт. 1/ **1 т.**

Доказано, че триъгълник  $ACQ$  е правоъгълен **0,5 т.**

Означено  $AB = a$ ,  $CD = b$   $CQ \parallel DB$ ; Доказано, че  $BQCD$  е успоредник;  $BQ = CD = b$  **0,5 т.**

Доказано, че  $APMN$  е успоредник;  $AP = MN = \frac{a+b}{2}$  **0,5 т.**

Определено  $AQ = a + b$ ; Извод, че точка  $P$  е среда на  $AQ$  **0,5 т.**

Извод, че  $CP$  е медиана към хипотенузата в правоъгълния триъгълник  $ACQ$  **0,5 т.**

$\Rightarrow AQ = 2CP$ ;  $AQ = 10$  см.  $\Rightarrow MN = 5$  см. **0,5 т.**

б) Доказано, че триъгълник  $EAF$  е правоъгълен /черт. 2/ **1 т.**

Доказано, че  $AM = MD = EM = MF$  ( $AM$  – медиана) **0,5 т.**

Извод:  $AD = EF = BC = MN$  **0,5 т.**

$2MN = AB + CD \Rightarrow AB + CD = BC + AD$  **0,5 т.**

Извод, че в трапеца  $ABCD$  може да се впише окръжност **0,5 т.**