

СМБ – Секция “Изток”  
**ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 20.04.2013**  
**7 клас**

# Отговори

Имя и фамилия.....

Училище..... клас седми

задача	Отговор-1т	задача	Отговор-2т	Задача-3т	отговор
1 задача	Б	5 задача	А	11 задача	В
2 задача	В	6 задача	Г	12 задача	Б
3 задача	А	7 задача	Г	13 задача	А
4 задача	А	8 задача	В	14 задача	Г
		9 задача	А	15 задача	В
		10 задача	В	16 задача	В

**Точки**       $4 \times 1 = 4$

**точки**     $6 \times 2 = 12$

**точки**  $6 \times 3 = 18$

## 1 – 16 задачи

точки 34

**17 задача**  $(x-y)(x-y-z)(x-y+z)$  **точки** **5**

**18 задача**       $75^\circ$             **точки**      **5**

**19 задача**       $x \in [4;12]$       **точки**    5

20 задача       $35^\circ, 35^\circ, 110^\circ$       точки 5

**21 задача** а)  $\frac{4}{25}a^2$  кв.см. б) 208 лв      **точки** 8

22 задача а)  $B=22000$   $p=10$   $k=1.1$  б)  $p > 5$  точки 8

23 задача

точки 15

## 24 задача

точки 15

общо

**точки 100**

СМБ – Секция “Изток”  
**ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 20.04.2013**  
**7 клас**

**Решение на 23 задача**

A                    C                    D                    B

Нека  $AB = x$  км С е мястото на срещата, D е мястото на настигането

$$\text{Тогава } AC = \frac{12}{60} \cdot 50 = 10 \text{ км } BD = 54 \text{ км } CD = AB - (AC + BD) = x - (10 + 54) = x - 64 \text{ км} \quad 3$$

т.

а) След срещата автомобилът изминава разстоянието  $CA + AD = 10 + 10 + x - 64 = x - 44$  км със скорост 60 км/ч, а автобусът изминава разстоянието  $CD = x - 64$  км със скорост 50 км/ч. Тъй като автомобилът е направил престой от 4 мин  $= \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$  ч, сравняваме времената на автомобила и автобуса и съставяме уравнението

$$\frac{x - 64}{50} = \frac{x - 44}{60} + \frac{1}{15}$$

От това уравнение намираме  $x = 184$  км, т.е. разстоянието между А и В е 184 км. 7

т.

б) Новата скорост на автомобила е  $60 + \frac{35}{100} \cdot 60 = 81$  км/ч, а на автобуса е  $50 + 4 = 54$  км/ч.

Тогава търсеното време е

$$\frac{54}{54} - \frac{54}{81} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ ч} = 20 \text{ мин,}$$

т.е. автомобилът ще пристигне в В 20 мин. по-рано от автобуса. 5

т.

**Решение на 24 задача**

a)  $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = AM + MB + AC + BK + KC$   
 $MB + BK = m \quad AC = b$

$\angle MAO = \angle OAM$  и  $\angle AOM = \angle OAC$  (кръстни ъгли)

Тогава  $\angle MOA = \angle OAM$  и  $\triangle AMO$  е равнобедрен ( $AM=MO$ ).

Аналогично доказваме, че  $CK=KO$ .

$$\Rightarrow AM + CK = MO + OK = MK = n$$

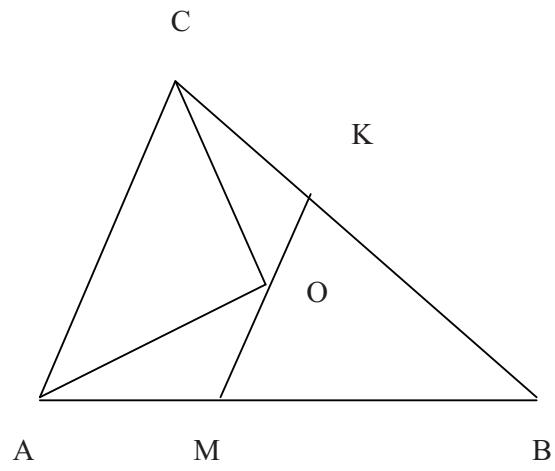
Тогава  $AB + BC = n + m$  и  $P_{\triangle ABC} = n + m + b$

б) ако  $\angle ABC = \beta, \angle BCA = \gamma, \angle CAB = \alpha$

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 180^\circ - (\angle OAC + \angle ACO) = \\ &= 180^\circ - \left( \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle ACB \right) = 180^\circ - \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \gamma \right) = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha + \gamma) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \beta) = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \beta = 90^\circ + \frac{1}{2} \beta. \end{aligned}$$

в) по построение МК и АС са успоредни и триъгълникът АВС е равностранен. Лесно се доказва, че триъгълникът МВК също е равностранен.

Нека  $AM = x$ , а по условие  $AB = a$ . Тогава  $BM = AB - AM = a - x$   $BK = BM \Rightarrow BK = a - x$



От т.а) знаем, че  $MK = MA + CK = 2x \Rightarrow P_{\Delta BMK} = MB + BK + MK = a - x + a - x + 2x = 2a$

Оценяване: чертеж – 2 т, т.а) - 6 т, т.б) – 3 т, т.в – 4 т.

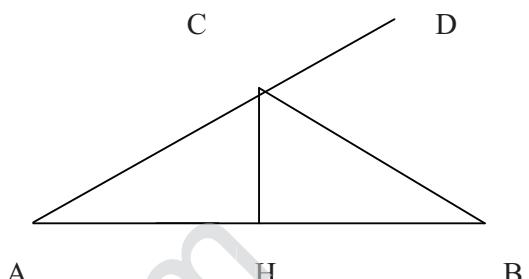
## Решения

**7 зад**  $4|x - 2| = 8 \Rightarrow |x - 2| = 2 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$

**8 зад**  $\angle BCD = 60^\circ \Rightarrow \angle ACB = 120^\circ$

$$\angle CAB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

$CH = 6$  см е медиана  $\Rightarrow$  и височина  $\Rightarrow$

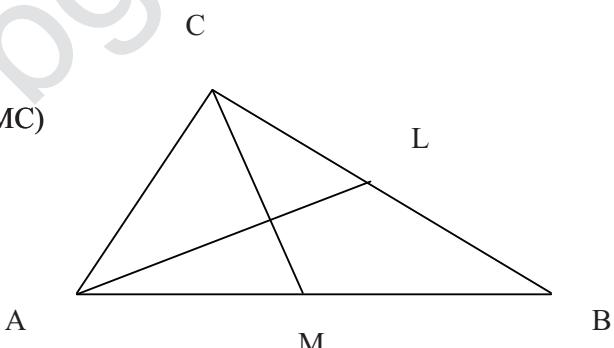


$\triangle AHC$  е правоъгълен и  $\angle HAC = 30^\circ$   $AC = 2 \cdot CH = 2 \cdot 6 = 12$  см

**9 зад** Ако  $x \leq -1 \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Rightarrow |x + 1| = -x - 1$

Тогава  $2x - 2|x + 1| = 2x + 2x + 2 = 4x + 2$

**10 зад**  $2a(2a+2)(2a+4) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot (a+1)(a+2) = 8 \cdot a \cdot (a+1)(a+2)$  дели се на  $8 \cdot 6 = 48$



**15 зад**  $\triangle AMC$  е равнобедрен ( $AM = MC$ )

$$\Rightarrow \angle MAC = \angle ACM$$

$$\angle CAL = \angle LAM = \frac{1}{2} \angle CAM$$

$$AL \perp CM \Rightarrow \angle LAC + \angle ACM = 90^\circ$$

$$\angle ACM + \frac{1}{2} \angle ACM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ACM = 60^\circ \text{ и } \angle ABC = 30^\circ \text{ ( най-малкият ъгъл ).}$$

**16 зад** Три числа  $a, b, c$   $b = 2a \Rightarrow b : a = 2 : 1 = 6 : 3$

$$b : c = 3 : 4 = 6 : 8$$

$$\Rightarrow a : b : c = 3 : 6 : 8 \text{ числата са } 9, 18 \text{ и } 24$$

$$\begin{aligned} \text{17 зад} \quad & (x^3 - y^3) - (3x^2y - 3xy^2) - (xz^2 - yz^2) = \\ & = (x - y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy(x - y) - z^2(x - y) = \\ & = (x - y)(x^2 - 2xy + y^2 - z^2) = (x - y)[(x - y)^2 - z^2] = (x - y)(x - y + z)(x - y - z) \end{aligned}$$

**18 зад**  $BM \perp AC \Rightarrow MA = MB$

$\triangle ABC$  равнобедрен  $\Rightarrow \angle MAB = \angle ABM$

$$\angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \angle MAB = \angle ABM = 45^\circ$$

$$\angle CAB : \angle ABC = 3 : 4 \Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ACB = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

**19 зад.**  $|3|2x-1|-2|=1$

$$3|2x-1|-2=1$$

$$3|2x-1|-2=-1$$

$$x_1=1 \quad x_2=0$$

$$x_3=\frac{2}{3} \quad x_4=\frac{1}{3}$$

**20 зад.**  $\angle CBA = \angle CDA = 90^\circ$

BM и DM са медиани съответно в  $\Delta ABC$  и  $\Delta ACD$

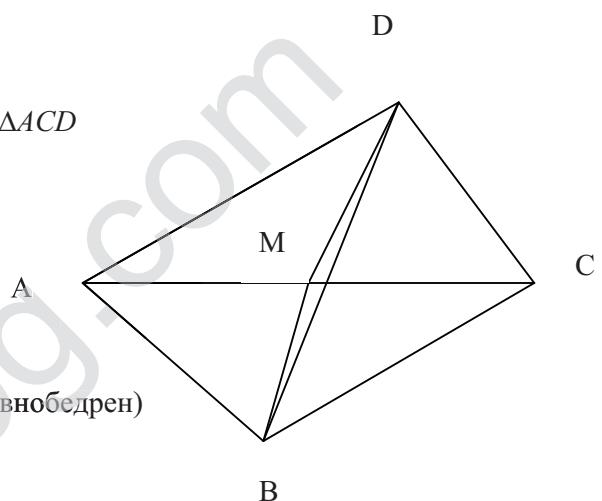
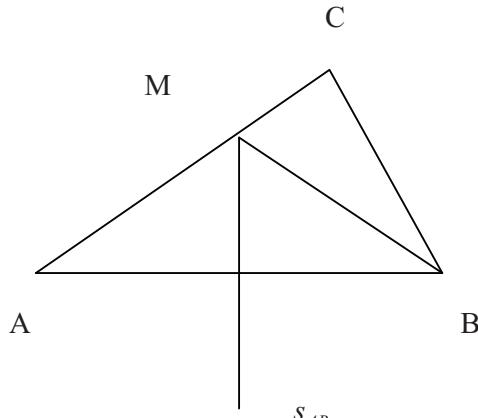
$$\Rightarrow DM = AM = MC = BM$$

$\Rightarrow DMB$  е равнобедрен

$\angle BMC$  - външен за  $\Delta AMB \Rightarrow$

$$\angle BMC = \angle BAM + \angle MBA = 2\angle BAM \quad (\Delta AMB \text{-равнобедрен})$$

аналогично  $\angle DMC = 2\angle DAM$



$$\angle BMD = \angle BMC + \angle DMC = 2\angle BAM + 2\angle DAM = 2\angle BAD = 2.55^\circ = 110^\circ$$

$$\angle MBD = \angle MDB = \frac{1}{2}(180^\circ - 110^\circ) = \frac{1}{2}.70^\circ = 35^\circ$$

отговор  $35^\circ, 35^\circ, 110^\circ$

$$21 \text{ зад. a)} \quad S_{ABCD} = a^2 \text{ кв.см} \quad S_{AMD} = S_{DNC} = \frac{1}{2}.a.\frac{4a}{5} = \frac{2}{5}.a^2 \text{ кв.см}$$

$$S_{MBNI} = \left(\frac{a}{5}\right)^2 = \frac{a^2}{25} \text{ кв.см}$$

$$S_{MBNI} = a^2 - 2.\frac{2}{5}.a^2 - \frac{a^2}{25} = \frac{25-20-1}{25}.a^2 = \frac{4}{25}.a^2 \text{ кв.см}$$

б) ако  $a = 500$  се получава

$$S_{MBNI} = \frac{4}{25}.500^2 = \frac{4}{25}.250000 = 40000 \text{ кв.см} = 4 \text{ кв.м}$$

$$S \text{ на останалата част} = \frac{21}{25}.500^2 \text{ кв.см} = 21 \text{ кв.м}$$

$$\text{Стойността} = 21.8 + 4.10 = 168 + 40 = 208 \text{ лв}$$

$$2 \text{ зад.} \quad \text{a)} \quad M = \frac{A \cdot p}{100} \quad 2000 = \frac{20000}{100} \cdot p \quad \Rightarrow p = 10$$

$$B = A + m = 20000 + 2000 = 22000$$

$$k = \frac{22000}{20000} = \frac{22}{20} = 1,1$$

$$\text{б)} \quad B > 2625 \quad A = 2500$$

$$B = 2500 + \frac{2500 \cdot p}{100} > 2625$$

$$2500 + 25 \cdot p > 2625$$

$$25 \cdot p > 125 \Rightarrow p > \frac{125}{5} = 5$$

Условието е годишната лихва да бъде по-голяма от 5%.