

LXII Национална олимпиада по математика - общински кръг
София, 15 декември 2012 година

8 клас

1 зад. Точки P , N и M са средите съответно на страните AC , AB и BC на ΔABC . Медианата CN пресича отсечката MP в точка D , а BP – в точка F .

- a) Намерете отношението $CD : DF : FN$.

4 точки

- б) Ако $CD = 1,5MP$, докажете, че правите AM и BP са перпендикулярни.

3 точки

2 зад. Даден е успоредник $ABCD$ и такива точки M и K съответно от страната AB и

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2012} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2013} \overrightarrow{AC}$$

Да се докаже, че D , K и M лежат на една права.

7 точки

3 зад. Дадено е уравнението $|x^2 + 2x + a| = 4$, където a е реален параметър.

- a) Ако уравнението има четири реални корена, един от които е равен на 1, намерете останалите три корена.

2 точки

- б) Намерете стойностите на параметъра, за които уравнението има три различни реални корена;

2 точки

- в) Намерете стойностите на параметъра a , за които уравнението има четири различни корена, които са цели числа.

3 точки