НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 16.12.2012 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

IX клас

Зад.1.

а) Намиране на корените $x_1 = 3$ и $x_2 = -7$ **- 2,5 точки**

$x_1 = -7 \in DC \quad x_2 = 3 \notin DC$ **- 0,5 точки**

б) $x_1 - x_2 = 5$ и $x_1^3 - x_2^3 = 35$ **- 0,5 точки**

$x_1^3 - x_2^3 = (x_q - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = (x_q - x_2)(x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 3x_1x_2)$ **- 1точка**

$x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)\left[(x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2\right]$ **- 0,5 точки**

Решаване на системата и намиране на $x_1 = 2, x_2 = -3$ и $x_1^* = 3, x_2^* = -2$ **- 1точка**

Използване на формули на Виет и намиране $m = 1, n = -6$ или $m = -1, n = -6$ - **1точка**

Зад.2.а) Точка M – среда на хордата AB, т. O – център на описаната окръжност $\Rightarrow OM \perp AB$ **(0,5 точки)**

Построяваме диаметър BE $\Rightarrow \angle BAE = \angle BCE = 90^o$ **(0,5 точки)**

OM средна отсечка в Δ ABE $\Rightarrow$ AE=2OM **(0,5 точки)**

CH *II* AE ($CH \perp AB$ и $AE \perp AB$) **(0,5 точки)**

AH *II* CE ($CE \perp BC$ и $AH \perp BC$, AH височина) **(0,5 точки)**

$\Rightarrow$четириъгълникът AHCE е успоредник **(0,5 точки)**

$\Rightarrow AE = CH$ **(0,5 точки)**

$\Rightarrow CH = 2OM$ **(0,5 точки)**

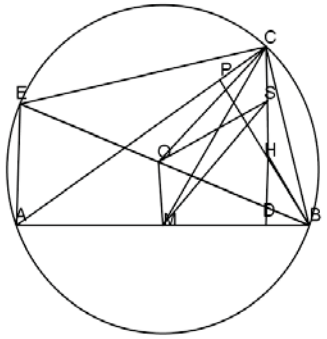
б) Ако точка S е среда на CH, то CS = SH **(0,5 точки)**

От доказаното в подусловие а) следва , че CS=OM **(0,5 точки)**

CS *II OM(* $CH \perp AB$ и $OM \perp AB$) **(0,5 точки)**

$\Rightarrow$четириъгълникът MSCO е успоредник **(0,5 точки)**

$\Rightarrow$ диагоналите CM и OS взаимно се разполовяват, т. е. точка O и точка S са симетрични относно средата на CM (CM- медиана) **(1 точка)**



math-bg.com

Зад.3.

а) За съставяне на системата $\left| \begin{array}{l} D > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \\ x_1.x_2 > 0 \end{array} \right.$ **(0,5 точки)**

За решението на $D > 0$ и извод за всяко $m \neq -1$ **(1 точка)**

За решаването на $x_1 + x_2 < 0$ след заместване на $x_1 + x_2 = 2m$

т.е. $m < 0$ **(0,5 точки)**

За решаването на $x_1.x_2 > 0$ след заместване на $x_1.x_2 = -2m - 1$

т.е. $m < -\frac{1}{2}$ **(0,5 точки)**

За оформяне на итервала решение $m \in (-\infty; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ **(1 точка)**

б) За записване на зависимостта във вида $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 + (x_1 + x_2) = 0$ **(1 точка)**

За определяне на $D \geq 0$ за всяко m **(0,5 точки)**

За заместване на $x_1 + x_2 = 2m$ и $x_1.x_2 = -2m - 1$ и получаване на уравнението

$2m^2 + 3m + 1 = 0$ **(1 точка)**

За решаване на уравнението и отговор

$m_1 = -\frac{1}{2}$; $m_2 = -1$ **(1точка)**

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com