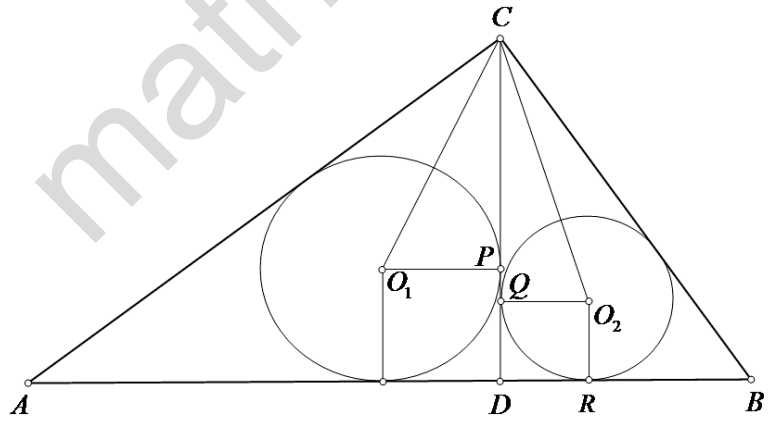
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ -16.12.2012 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
X клас

1 зад.

Разлагане на изразите в числителя и знаменателя на множители	**2 точки**
Решаване на неравенството	**2 точки**
Определяне на решенията на неравенството $x \in (0,3) \cup [4;+\infty)$	**1 точка**
Определени, че в интервала $(-15,4]$ целите решения на неравенството са $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 4$	**1,5 точки**
Броят на целите числа е 3	**0,5 точки**

2 зад. Нека точките P и Q са ортогоналните проекции съответно на центровете O_1 и O_2 върху височината CD, а точката R е ортогоналната проекция на O_2 върху хипотенузата AB По условие $CD = 12$ и $r_2 = 2$.

$QD = DR = r_2 = 2$, следователно $CQ = CD - r_2 = 12 - 2 = 10$ **(1точка)**



Фигура 2.

За правоъгълния триъгълник ΔBDC чрез теоремата на Питагор намираме

$(10 + BR)^2 = (2 + BR)^2 + 12^2$

$BR = 3$ см

От подобието на ΔBDC и ΔCDA

$$\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DC} = \frac{DC}{DB} = \frac{12}{9}$$

math-bg.com

$\frac{CA}{CB}=\frac{DA}{DC}=\frac{DC}{DB}=\frac{12}{5}$ Следователно

$CA=\frac{12}{5}CB=\frac{12}{5}13=31{,}2$, $DA=\frac{12}{5}DC=\frac{12}{5}12=28{,}8$

$AB=AD+DB=28{,}8+5=33{,}8$ (2 точки)

От правоъгълния триъгълник ΔADC намираме

$r_1=\frac{AD+DC-AC}{2}=4{,}8$ см (1точка)

б) $S=31{,}2$ кв.см (3 точки)

. **<u>3.зад :</u>** Определяне абсцисата на върха на параболата $x_0=-\frac{a-2}{2}=\frac{2-a}{2}$ **(1точка)**

Разглеждаме три случая в зависимост от разположението на x_0 спрямо интервала $[1;3]$

I сл. $x_0=\frac{2-a}{2}\angle 1$ - в този случай не се получава решение; **(2точки)**

II сл. $1\le\frac{2-a}{2}\le 3$, т.е. $-4\le a\le 0$ -в този случай $a_1=2\sqrt{3}\notin[-4;0]$ и само **(2точки)**

$a_2=-2\sqrt{3}\in[-4;0]$

III сл. $\frac{2-a}{2}\ge 3$, т.е. $a\le -4$ в този случай не се получава решение **(2точки)**

решение на задачата е $a=-2\sqrt{3}$ е

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максимален брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com