

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Двадесет и първи турнир **Черноризец Храбър**

1 ноември 2012 г.

посветен на светлата памет на
академик Стефан Додунеков

Инструкция (9-10 клас)

1. Време за работа 90 минути. Не се разрешава използване на калкулатори и друга изчислителна техника.

2. Към всяка задача са дадени 5 възможности за отговор. В бланката за отговори срещу номера на всяка задача напишете верния според вас, като използвате една от буквите: А, Б, В, Г, Д.

3. Попълвайте бланката ясно и четливо с ГЛАВНИ ПЕЧАТНИ букви. Двусмислено попълнен или неясен отговор могат да се считат за грешен отговор. Ако не можете да намерите отговор, може да не попълвате съответното поле, т.е. да оставите полето срещу номера на задачата празно.

Забележка. Чертежите обикновено не са точни, а само изобразяват описаната в условието конфигурация.

Дават се следните точки:

- За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 10 включително – по 5 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 11 до 20 включително – по 7 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 21 до 30 включително – по 9 точки.
- За непопълнен отговор на задача – по 3 точки.
- За грешен отговор – 0 точки.

Задачите са предложени от Борислав Лазаров, Боянка Савова, Ивайло Кортезов, Иван Тонов и Йордан Табов.

Темата е съставена от Борислав Лазаров.

Двадесет и първи турнир „Черноризец Храбър“

Състезателна тема за 9–10 клас

1. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{2010}{2011} \cdot \frac{2011}{2012} =$

- А) $\frac{1}{2012}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{2011}{2012}$ Г) 1 Д) не е определено

2. Средната възраст на петчленно семейство е 21 години. Средната възраст на двамата родители е 33 г. Каква е средната възраст на трите им деца?

- А) 11 Б) 12 В) 13 Г) 14 Д) никое от тези

3. Точка O е средата на медианата през върха C на $\triangle ABC$. Ка \check{z} се изразява \overrightarrow{OA} чрез $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$?

- А) $\frac{3\vec{a} - \vec{b}}{4}$ Б) $\frac{\vec{a} + 3\vec{b}}{4}$ В) $\frac{2\vec{a} - 3\vec{b}}{4}$
Г) $\frac{3\vec{a} + \vec{b}}{4}$ Д) $\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$

4. Досега Бебо, играйки тенис срещу Ачо, имал успех в 75% от игрите. Следващата игра Бебо победил и успеваемостта му станала 80%. Приблизително колко процента ще стане успеваемостта на Бебо, ако в следващата игра Ачо го победи?

- А) 78 Б) 67 В) 59 Г) 72 Д) 62

5. Шофьор изминал 200 км със скорост 25 км/ч. Колко още километра трябва да измине със скорост 100 км/ч, за да стане средната му скорост 40 км/ч?

- А) 400 Б) 200 В) 150 Г) 120 Д) 100

6. $\frac{5^{2n+1} + 25^n}{5^{2n-1}} =$

- А) 20 Б) 50 В) $\frac{1}{25}$ Г) $\frac{1}{5}$ Д) 30

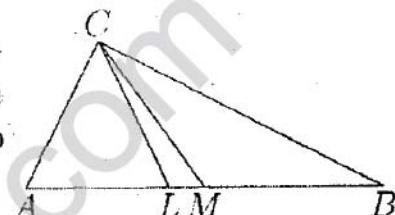
7. Какво представлява геометричното място на точки в равнината, равноотдалечени от две дадени пресекателни прави?

- А) квадрат Б) две успоредни прави
- В) две пресекателни прави Г) окръжност
- Д) една пр права

8. Правоъгълен двор от 2000 кв. м е ограден с мрежа, дълга 180 м. Колко метра е по-късата страна на двора?

- А) 25 Б) 30 В) 40 Г) 50 Д) 60

9. В $\triangle ABC$ точката M е средата на AB и CL е ъглополовящата на $\angle ACB$. Колко градуса е $\angle AMC$, ако $\angle ALC = 60^\circ$ и $AM = CM$?



- А) 30 Б) 40 В) 50 Г) 60 Д) никое от тези

10. Ако $a + b = 4$ и $ab = 1$, то на колко е равно $(a - 3b + 2)(3a - b - 2)^2$?

- А) 38 Б) 50 В) 26 Г) 44 Д) не е определено

11. Едно естествено число ще наричаме 5-7-жонгър, ако при деление на 5 дава частно a и остатък b , а при деление на 7 дава частно b и остатък a . Колко са 5-7-жонгърите?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) повече от 3

12. Нека $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots$ са простите числа, подредени в нарастващ ред. На естественото число a съпоставяме редицата $a' = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \dots\}$, съставена от степенните в каноничния му запис $a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k} \dots$, $\alpha_i \geq 0$. За съответната редица b' на $b = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_k^{\beta_k} \dots$ определяме $a' + b' = \{\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2, \dots, \alpha_k + \beta_k, \dots\}$. Кой е коренът на уравнението $6' + x' = 24'?$

- А) 4 Б) 18 В) 9 Г) 12 Д) никое от тези

13. На колко е равна сумата от цифрите на естественото число n , за което $n^2 + 2012$ е точен квадрат?

- А) 7 Б) 12 В) 13 Г) 15
Д) не е единствено определена

14. За всеки две числа a и b определяме операциите $a \circ b = 2b - a$ и $a \diamond b = 3ab + 4a$. Как са разположени двете операции на местата **1**, **2**, **3** в израза $(1 \boxed{1} 2) \boxed{2} (2 \boxed{3} 1)$, ако стойността му е 12?

- А) **1** $\leftrightarrow \circ$; **2** $\leftrightarrow \diamond$; **3** $\leftrightarrow \diamond$ Б) **1** $\leftrightarrow \diamond$; **2** $\leftrightarrow \circ$; **3** $\leftrightarrow \diamond$
В) **1** $\leftrightarrow \circ$; **2** $\leftrightarrow \diamond$; **3** $\leftrightarrow \diamond$ Г) **1** $\leftrightarrow \diamond$; **2** $\leftrightarrow \diamond$; **3** $\leftrightarrow \diamond$
Д) никое от тези

15. Колко са трицифрените числа \overline{abc} , за които $abc = 2^4 3^3$?

- А) 3 Б) 6 В) 8 Г) 9 Д) 12

16. Ако m и n са естествени числа и $\sqrt{mn} = 21$, то на кое от числата **не може** да бъде равно $m + n$?

- А) 42 Б) 58 В) 150 Г) 242 Д) 442

17. В коя от изброените бройни системи е в сила следният признак за делимост на 2: едно число е четно, точно когато сумата от цифрите му е четно число?

- А) двоична Б) троична В) десетична
Г) осмична Д) никоя от тези

18. $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 17} + \frac{1}{17 \cdot 21} + \frac{1}{21 \cdot 25} =$
А) 1 Б) 0.96 В) $\frac{91}{7 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 25}$ Г) $\frac{23}{25}$ Д) 0.24

19. Единият от катетите на правоъгълен триъгълник е с 3 по-малък от хипотенузата и с 3 по-голям от другия катет. На колко е равно лицето на триъгълника?

- А) 54 Б) 45 В) 108 Г) 90 Д) 72

20. Сборът на четвъртите степени на три прости числа е 15282. На колко е равен сборът на тези прости числа?

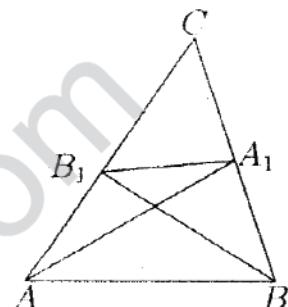
- А) 14 Б) 16 В) 17 Г) 18 Д) 20

21. Делителите на числото $n = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ са подредени по големина: $d_1 = 1, d_2 = 2, d_3 = 3, d_4 = 4, d_5 = 5$ и т.н. На колко е равен d_{52} ?

- А) $2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ Б) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ В) $2 \cdot 3 \cdot 5^2$ Г) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
Д) никое от тези

22. В $\triangle ABC$ са прекарани ъглоностоящите AA_1 и BB_1 . Колко градуса е $\angle AA_1B_1$, ако $\angle ACB = 60^\circ$?

- А) 30 Б) 40 В) 45 Г) 60
Д) никое от тези



23. На колко е равен сборът от коефициентите пред нечетните степени на x в нормалния вид на полинома

$$P(x) = (x^2 - 5x - 6)^{2012}?$$

- А) 10^{2012} Б) $2 \cdot 10^{2012}$ В) 10^{2011} Г) $5 \cdot 10^{2011}$ Д) 0

24. Кое от изброените числа не дели числото $n^2 + 4n + 18$ за никое естествено число n ?

- А) 19 Б) 45 В) 25 Г) 49 Д) 27

25. За коя стойност на параметъра a уравнението $|||x - 1| - 2| - 3| = a$ има точно 5 корена?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) никоя от тези

26. На кой от изброените интервали принадлежи числото $\sqrt{1,2012} - 2\sqrt{0,2012} + \sqrt{1,2012 + 2\sqrt{0,2012}}$?

- А) $[2; 2,1)$ Б) $[2,1; 2,2)$ В) $[2,2; 2,3)$ Г) $[2,3; 2,4)$
Д) никой от тези

27. На колко части разделят равнината 10 окръжности, всеки две от които се пресичат и никой три не минават през една точка?

- А) 100 Б) 90 В) 92 Г) 47 Д) 94

28. Даден е полукръг. Каква част от лицето му е лицето на ГМТ, които са среди на хорди с краища върху дъгата на дадения полукръг?

- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{1}{4}$ Г) $\frac{1}{\pi}$ Д) $\frac{2}{\pi}$

29. Кое от числата

- А) $\frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013}{3}$ Б) $\frac{2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{3}$
В) $\frac{2011 \cdot 2012 \cdot 4023}{6}$ Г) $\frac{2010 \cdot 2011 \cdot 4021}{6}$

Д) никое от тези

ще бъде отпечатано след изпълнение на програмата

въведи n;

s:=0; i:=1;

докато i<n повторяй (x:=i*(i+1); s:=s+x; i:=i+1);
отпечатай s;

при въвеждане на 2012?

30. В дадените задачи за умножение на унгарски език множителите са едноцифрени, а произведенията – двуцифрови числа:

hét · nyolc = ötvenhat;

hat · hét = negyvenkettő;

hat · kilenc = ötvennégy;

hat · nyolc = negyvennyolc;

öt · nyolc = negyven;

nyolc · kilene = ?

- А) hatvenkettő Б) hatvennégy В) hatvennyolc
Г) hetvenkettő Д) hetvennégy

Отговори на задачите (9 – 10 – 11 – 12 клас)

От (трите имена)

Клас Училище

Град

Учител:

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 1. | |
| 2. | |
| 3. | |
| 4. | |
| 5. | |

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 6. | |
| 7. | |
| 8. | |
| 9. | |
| 10. | |

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 11. | |
| 12. | |
| 13. | |
| 14. | |
| 15. | |

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 16. | |
| 17. | |
| 18. | |
| 19. | |
| 20. | |

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 21. | |
| 22. | |
| 23. | |
| 24. | |
| 25. | |

| Зад. | Отг. |
|------|------|
| 26. | |
| 27. | |
| 28. | |
| 29. | |
| 30. | |

Желая резултатът ми да бъде поместен на интернет-страницата
на Турнира: Да Не

(оградете вярното). Подпись.....