

Критерии за оценяване в XI клас

Задача 1

Доказано, че $\angle APC = 90^\circ$	0,5 точки
Доказано, че $AP = a\sqrt{3}$	1 точка
Намерен $\cos \angle CAP = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle CAP = 30^\circ$	1,5 точки
Намиране на ъглите $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$	1 точка
Ако правата пресича хипотенузата в т. K , за означаване $AK = 2x$ и $BK = 5x$, където x е коефициент на пропорционалност, въвеждане на помощен ъгъл $\angle AKC = \varphi$, $\angle BKC = 180^\circ - \varphi$	0,5 точки
Изразяване на x от синусова теорема в т. $\triangle AKC$, намиране на $x = \frac{a \sin \alpha}{\sin \varphi}$	1 точка
Изразяване на BC от синусова теорема в $\triangle BKC$, намиране на $BC = 5a \operatorname{tg} \alpha$	1 точка
Намиране лицето на т. $\triangle ABC$ - $S = 5a^2 \operatorname{tg} \alpha$	0,5 точки

Задача 2

Изразът a^b се смята за определен при $a > 0$, $a = 0$, $b > 0$. Има следните случаи:	1 точка
При $0 < 6x - x^2 - 8 < 1$, т. е. $x \in (2; 3) \cup (3; 4)$ от даденото неравенство се получава $2x \geq 7$ и множеството от решенията е $[3,5; 4)$	2 точки
При $6x - x^2 - 8 = 1$, то $x = 3$	1 точка
При $6x - x^2 - 8 > 1 \Leftrightarrow (x - 3)^2 < 0$, даденото равенство няма решение.	1 точка
При $6x - x^2 - 8 = 0$, то $x = 2, x = 4$	1 точка
Решенията са множеството $\{2\} \cup \{3\} \cup [3,5; 4]$	1 точка

Задача 3

а) след разкриване на скобите от дясната страна се получава $4p(px^2 + qx + r) = (2px + q + n)(2px + q - n) = 4p^2x^2 + 4pqx + q^2 - n^2$ $= 4p^2x^2 + 4pqx + 4pr = 4p(px^2 + qx + r)$	2 точки
б) Уравнението $ax^2 + bx + c = 0$ има рационални корени при $D = b^2 - 4ac = n^2$, където n е цяло число. Трябва да се докаже, че ако \overline{abc} е просто, то $b^2 - 4ac \neq n^2$	2 точки
Доказателство чрез допускане на противното – нека $b^2 - 4ac = n^2$. Понеже $\overline{abc} = 10^2a + 10b + c$, като използваме тъждеството от а), то при $x = 10$ се получава $4a(10^2a + 10b + c) = (20a + b + n)(20a + b - n)$, т.е. че простото число \overline{abc} се дели $20a + b + n$ или $20a + b - n$. Това не е възможно, защото $b \geq n$, $20a + b \pm n < 100a + 10b + c$	3 точки