НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 18.12.2011 г.
ПРИМЕРНИ КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

VIII клас

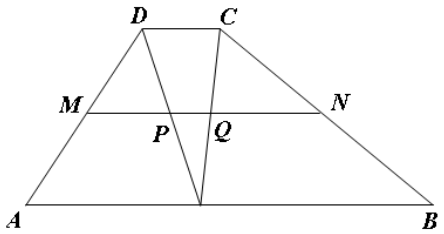
Задача 1. а) $(1-2x)\frac{(36-8x)}{9}=\frac{(6-5x)^2}{9}+\frac{4}{9}$; $9x^2 + 20x + 4 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = -\frac{2}{9}$ **4 т.**

б) При a = 0, x = $\frac{3}{4}$. **1т.**

При $a \neq 0$, D = 0, 16 + 12a = 0, a = $-\frac{4}{3}$. **2т**

Отговор a = 0 и a = $-\frac{4}{3}$

Задача 2



Зад. 1. а) Намиране на AO от $\angle ADO = \angle ODC$ (DO – ъглополовяща) и $\angle ODC = \angle AOD$ (кръстни) следва, че $\angle ADO = \angle AOD \Rightarrow \Delta AOD$ е равнобедрен и $AO = AD = 4$ cm
Аналогично ΔOBC е равнобедрен и $OB = BC = 6$ cm
$AB = AO + OB = 4 + 6 = 10$cm **2 т.**
б) MP е средна отсечка в ΔAOD ($MN \parallel AB$ (средна основа) $\Rightarrow MP \parallel AO$, в ΔAOD точката M е среда на AD и $MP \parallel AO$)
$\Rightarrow$ точка P е среда на $OD \Rightarrow MP = \frac{1}{2}AO = 2$ cm **1 т.**

Аналогично точка Q е среда на OC и QN е средна отсечка в $\Delta OBC \Rightarrow QN = \frac{1}{2}OB = 3$ cm **1 т.**

Определяне на $PQ = x$, $MN = MP + PQ + QN = x + 5$
$PQ = 2{,}5$ cm **2 т.**
Определяне на DC от PQ е средна отсечка в $\Delta OCD \Rightarrow DC = 2PQ = 2.2{,}5 = 5$cm **1 т.**

Задача 3. Определяне на $D = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2$ **1 т.**
Преобразуване $D = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - (2bc)^2 = (b^2 + c^2 - a^2 - 2bc).(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) =$
$= ((b-c)^2 - a^2)((b+c)^2 - a^2) = (b - c - a)(b - c + a)(b + c - a)(b + c + a)$ **3 т.**
Извод от a, b и c – дължини на страни на триъгълник:
$c + a > b$, $b - c - a < 0$
$b + a > c$, $b - c + a > 0$
$b + c > a$, $b + c - a > 0$
$b + c + a > 0$ и $D = (b - c - a)(b - c + a)(b + c - a)(b + c + a) < 0$ следователно уравнението няма реални корени **3 т.**

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com