НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ -18.12.2011 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
XI клас

1 зад. Записване на геометричната прогресия $x_1; x_1q; x_1q^2; x_1q^3$ **1 т.**

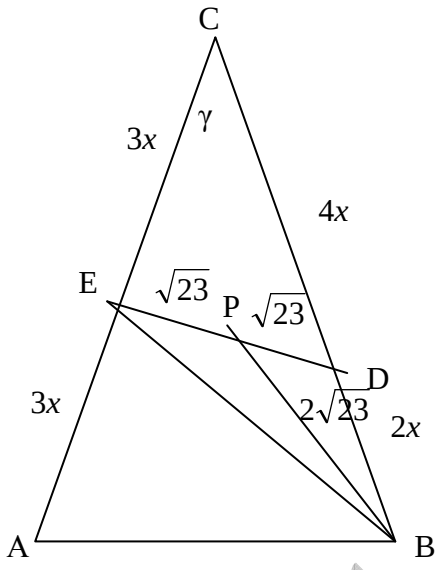
Прилагане на формулите на Виет за първото уравнение $x_1 + x_2 = 3$ и $x_1x_2 = a$ **1 т.**

Прилагане на формулите на Виет за второто уравнение $y_1 + y_2 = 12$ и $y_1y_2 = b$ **1 т.**

Съставяне и решаване на системата $\begin{cases} x_1 + x_1q = 3 \\ x_1q^2 + x_1q^3 = 12 \end{cases}$ **1т.**

Намиране на $q = 2$ е решение и $q = -2$ - не е решение, $x_1 = 1$ **1 т.**

Съставяне и решаване на системата $\begin{cases} x_1^2 q = a \\ x_1^2 q^5 = b \end{cases}$ $a = 2$; $b = 32$ **2т.**



2зад.

Означаване на частите на които се делят бедрата на триъгълника. **1 т.**

Прилагане на косинусова теорема за ΔECD и изразяване на cos γ **1 т.**

Прилагане на косинусова теорема за ΔBCE и изразяване на BE^2 **1 т.**

Прилагане на формулата за медианата BP в ΔBDE и намиране на x **1 т.**

Прилагане на косинусова теорема за ΔABC и намиране на AB=$6\sqrt{7}$ **1 т.**

Намиране на sin γ **1 т.**

Прилагане на синусова теорема за ΔABC и намиране на R= 9.6 см **1 т.**

3 зад. За представяне сумата на аритметичната прогресия $1 + 2 + ... + x = \frac{x(x+1)}{2}$ **1 т.**

Преминаваме към тъждественото уравнение: $\frac{1}{1} + \frac{2}{1.2} + \frac{2}{3.4} + ... + \frac{2}{x.(x+1)} = \frac{2012}{2011}$ **1т.**

И получаване на уравнението: $\frac{1}{2} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{x.(x+1)} = \frac{1006}{2011}$ **1 т.**

Можем да представим всяка една от дробите $\frac{1}{x.(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ **2т.**

От където получаваме уравнението: $1 - \frac{1}{x+1} = \frac{1006}{2011}$ **1 т.**

$\Rightarrow x = \frac{1006}{1005}$ **1 т.**

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com