ОТГОВОРИ 12 кл.

1. б); 2. в); 3. в); 4. а); 5. г) $\frac{4}{5}$; 6. в); 7. а); 8. б); 9. в); 10. г) 32; 11. б); 12. г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

13. 15; **14.** $\frac{21\sqrt{2}}{10}cm$;

15 . $\frac{24}{25}$;

16. $x_1 = \frac{-5+\sqrt{21}}{2}$, $y_1 = -1$; $x_2 = \frac{-5-\sqrt{21}}{2}$, $y_2 = -1$;

$x_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$, $y_3 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$; $x_4 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$, $y_4 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$.

17. $\frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$.

РЕШЕНИЯ

15. $\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \pm\sqrt{1-\frac{9}{25}} = \pm\frac{4}{5}$. От $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$ получаваме $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Тогава $\sqrt{\frac{1-\cos 4\alpha}{2}} = \sqrt{\sin^2 2\alpha} = |\sin 2\alpha|$. От $\pi \le 2\alpha \le 2\pi$ следва $\sin 2\alpha \le 0$ и $|\sin 2\alpha| = -\sin 2\alpha$

$= -2\sin\alpha\cos\alpha = -2\frac{4}{5}(-\frac{3}{5}) = \frac{24}{25}$

16. Преобразуваме дадената система и получаваме

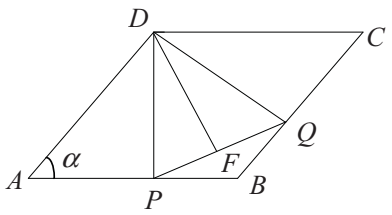
$$\left|\begin{array}{l} x^2-5xy+y^2=0 \\ x+xy+y^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x^2-5xy+y^2=0 \\ x(1+y)=(1+y)(1-y) \end{array}\right.$$

1. **Ако** $1+y=0$, т.е. $y=-1$, от първото уравнение на системата получаваме $x^2+5x+1=0$, откъдето $x_{1,2} = \frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$.Тогава решенията на системата са $x_1 = \frac{-5+\sqrt{21}}{2}$, $y_1 = -1$; $x_2 = \frac{-5-\sqrt{21}}{2}$, $y_2 = -1$.

2. **Ако** $1+y \ne 0$, получаваме системата $\left|\begin{array}{l} x^2-5xy+y^2=0 \\ x=1-y \end{array}\right.$, откъдето намираме

$x_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$, $y_3 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$; $x_4 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$, $y_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$.

17. Означаваме $\measuredangle BAD = \alpha$. Тогава $\measuredangle PDQ = \alpha$. Построяваме $DF \perp PQ$ $(F \in PQ)$ и от правоъгълния триъгълник PFD намираме $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{PF}{DP} = \frac{b}{2a}$. Тогава от



$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{1-\sin^2\frac{\alpha}{2}}$ намираме

$\sin\alpha = 2\frac{b}{2a}\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}} = \frac{b}{2a^2}\sqrt{4a^2-b^2}$.

От правоъгълния $\triangle APD$ имаме $\frac{DP}{AD} = \sin\alpha$, откъдето $AD = \frac{a}{\sin\alpha}$. Тогава

$$S_{ABCD} = AD^2\sin\alpha = = \frac{a^2}{\sin\alpha} = \frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$$