



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА  
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ДОБРИЧ

УТВЪРЖДАВАМ:.....  
НАЧАЛНИК НА РИО – ДОБРИЧ  
ПЕТЪР ПЕТРОВ



НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩНСКИ КРЪГ –18.12.2011г.

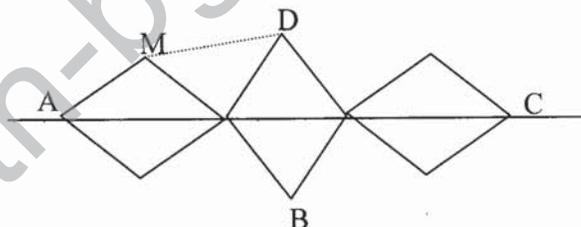
XII КЛАС

Зад. 1. Да се реши системата:

$$\begin{cases} x^{\log_a y} + y^{\log_a x} = 4 \\ \log_b x - \log_b y = 1 \end{cases}$$

Ако  $a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x(\sqrt{x+4}-2)}$  и  $b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8^x - 8}{(2x^2 + 1) \sin(2^x - 2)}$

Зад. 2.



Дадени са три еднакви ромба със страна  $a$ , които са разположени, както е показано на фигурата. Да се определят ъглите на ромбовете така, че точки А, М и D да лежат на една права. Получената нова фигура ABCD е завъртяна около диагоналите си AC и BD. Петър казал: "Щом завъртаме една и съща фигура, повърхнините на получените ротационни тела са равни." Никола отговорил: „Не съм съгласен с теб." Кой от двамата е прав? Обосновете отговора си.

Зад. 3. Основата на пирамидата е квадрат със страна  $a$ . Ортогоналната проекция на върха на пирамидата върху равнината на основата лежи на една от страните на квадрата, а диагоналните сечения на пирамидата образуват с равнината на основата ъгли от  $75^\circ$  и  $15^\circ$ . Намерете обема на пирамидата.

*Всяка задача се оценява със 7 точки. До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.  
Време за работа – 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*