

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Двадесети турнир **Черноризец Храбър**
1. ноември 2011 г.

Инструкция (9–10 клас)

1. Време за работа 90 минути. Не се разрешава използване на калкулатори и друга изчислителна техника.
2. Към всяка задача са дадени 5 възможности за отговор. В бланката за отговори срещу номера на всяка задача напишете верния според вас, като използвате една от буквите: А, Б, В, Г, Д.
3. Полпълвайте бланката ясно и четливо с ГЛАВНИ ПЕЧАТНИ букви. Двусмислено попълнен или неясен отговор могат да се считат за грешен отговор. Ако не можете да намерите отговор, може да не попълвате съответното поле, т.е да оставите полето срещу номера на задачата празно.

Забележка. Чертежите обикновено не са точни, а само изобразяват описаната в условието конфигурация.

Дават се следните точки:

- За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 10 включително – по 5 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 11 до 20 включително – по 7 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 21 до 30 включително – по 9 точки.
- За непопълнен отговор на задача – по 3 точки.
- За грешен отговор – 0 точки.

Задачите са предложени от Борислав Лазаров, Боянка Савова, Ивайло Кортезов и Йордан Табов.

Темата е съставена от Борислав Лазаров.

Двадесети турнир „Черноризец Храбър“

Състезателна тема за 9–10 клас

1. $\frac{2012^2 - 2011^2}{2011^2 - 2010^2} =$

- А) $\frac{2012}{2010}$ Б) $\frac{2012^2}{2010^2}$ В) $\frac{4023}{4021}$ Г) $\frac{2012 \cdot 2011}{2011 \cdot 2010}$ Д) 1

2. Кое е най-малкото от дадените числа?

- А) 2^{64} Б) 4^{32} В) 8^{16} Г) 16^8 Д) 32^4

3. Ако $x_{1,2}$ са корените на уравнението

$$x^2 - 2012x + 2011 = 0, \text{ то на колко е равно } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}?$$

- А) $\frac{2011}{2012}$ Б) $\frac{2012}{2011}$ В) $-\frac{2011}{2012}$ Г) $-\frac{2012}{2011}$
Д) никое от тези

4. За коя стойност на параметъра k графиката на функцията $y = kx - 5$ минава през пресечната точка на графиките на функциите $y = -x + 1$ и $y = x - 3$?

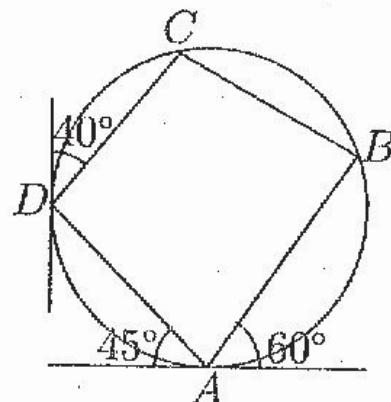
- А) 0 Б) 1 В) -1 Г) 2 Д) -2

5. На колко е равен сборът на всички четирицифрени числа, записани с цифрите 0, 1, 1 и 2?

- А) 10 666 Б) 12 888 В) 14 222 Г) 16 444
Д) никое от тези

6. По данните от чертежа определете градусната мярка на събира на $\angle BCD$ и $\angle CDA$.

- А) 150° Б) 180° В) 210° Г) 220°
Д) никое от тези



7. Намерете най-голямото n , за което $4^{n^2+2n-6} = 8^{n^2-3n+8}$.
- A) 4 Б) 5 В) 7 Г) 9 Д) 10
8. Сборът на 2011 последователни естествени числа е винаги:
- А) четен Б) нечетен В) съставно число
Г) просто число Д) никое от тези не е сигурно
9. Една държава има 7 милиона жители и номерата на мобилните телефони започват с 066, последвано от 7 цифри, като всички подобни номера са в употреба. Колко най-малко телефонни номера може да има жителят, имащ най-много телефонни номера?
- А) 7 Б) 5 В) 4 Г) 3 Д) 2
10. В координатна система точката $A(5; 1)$ е изобразена с осевите симетрии с оси ъглополовящата на I-III квадрант, ординатната ос и абсцисната ос, съответно в точките B , C и D . На колко е равно лицето на четириъгълника $ABCD$?
- А) 20 Б) 30 В) 40 Г) 50 Д) никое от тези
11. Квадрат е съставен от 36 единични квадратчета. Колко са правоъгълниците (вкл. квадратите) с лице 2, четирите върха на които са измежду върховете на квадратчетата?
- А) 30 Б) 60 В) 65 Г) 75 Д) 85
12. При изпълнение на процедурата
- въведи x
- $y:=x;$ $y:=y-2;$ $x:=x-3;$ $y:=x*y$
- отпечатай y
- е отпечатано 12. Каква стойност е била въведена за x ?
- А) 1 Б) -6 В) 3 Г) 0 Д) никое от тези

13. Нека x е най-малкото естествено число, имащо произведение на цифрите 1890. Кой е най-големият прост делител на x ?

- А) 631 Б) 643 В) 647 Г) 653 Д) 659

14. Четириъгълникът $ABCD$ има страни $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 7$ и $DA = 2$, както и диагонал с дължина 6. На колко е равно разстоянието между допирните точки на този диагонал с окръжностите, вписани в двата триъгълника, на които диагоналът разделя $ABCD$?

- А) не е определено еднозначно
Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) никое от тези

15. Какво е написал известният автор ~~Убийствен дълъгъл~~, работил в Преславската книжовна школа в края на IX и началото на X век?

- А) ~~Изгладенъл~~ Б) ~~Изгладенъл~~ В) ~~Изгладенъл~~
Г) ~~Изгладенъл~~ Д) ~~Изгладенъл~~

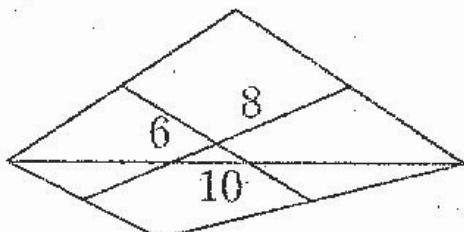
16. Чертежът представя правоъгълник, разделен на 9 по-малки, като на някои от малките правоъгълници с числа или букви са означени лица-та. На колко е равно $x + y$?

- А) 36 Б) 42 В) 47 Г) 53 Д) никое от тези

| | | |
|-----|----|-----|
| 14 | 6 | y |
| | 12 | 24 |
| x | | 30 |

17. На колко е равно лицето на четириъгълник с диагонал 10 и отсечки, съединяващи средите на срещуположните страни, 8 и 6?

- А) 24 Б) 36 В) 48 Г) 60
Д) не може да се определи еднозначно



18. За кои стойности на параметъра m уравнението $x^4 - 2x^2 + m = 0$ има 4 различни реални корена?

- А) $m \in (-1; 1)$ Б) $m \in (-\infty; 1)$ В) $m \in (-1; +\infty)$
Г) $m \in (-\infty; 0)$ Д) никое от тези

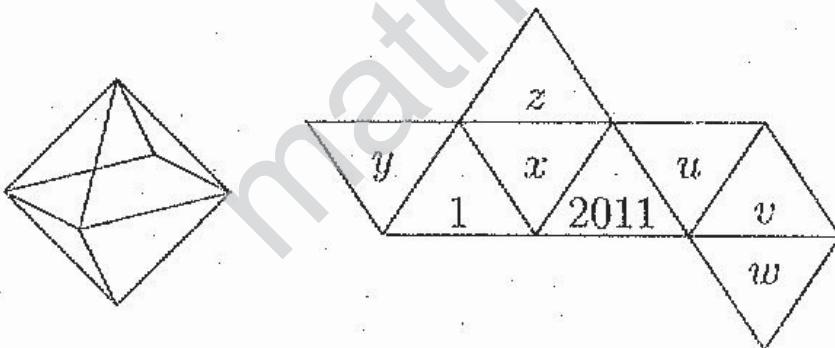
19. Функцията $f(x)$, $x \in \mathbf{R}$, за всеки две реални числа $x_{1,2}$ удовлетворява равенството $f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2)$. На колко е равно $f(2011)$, ако $f(1) = 1$?

- А) 1 Б) 2010 В) 2011 Г) 2012 Д) никое от тези

20. Колко е дължината на най-малкия интервал, който съдържа решенията на неравенството $x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) ∞

21. На чертежите са показани правилен октаедър и неговата развивка. На стените освен числата 1 и 2011 са написани букви u , v , ..., z . Ако буквите се заменят с числа, така че всяко от тях е средноаритметично на числата върху трите стени, които са съседни на стената в октаедъра, то на колко ще е равно $u - y$?



- А) 2012 Б) 1006 В) 1005 Г) 670 Д) никое от тези

22. Колко е най-големият възможен брой страни на изпъкнал 2011-ъгълник, които могат да са равни на най-дългия му диагонал?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 6

23. На колко е равен най-големият ъгъл на триъгълник, чиито центрове на вписаната и описаната окръжности са симетрични спрямо една от страните му?
- А) 90° Б) 108° В) 120° Г) 135° Д) 150°

24. На 1 август г-н Соров закупил злато за 1200 евро при курс 60 долара за грам злато; на 10 август г-н Соров продал златото при курс 1500 евро за тройунция. Приблизително колко долара е била печалбата или загубата на г-н Соров на 10 август, ако курсът на валутите на 1 август е бил 1,4 долара за евро, на 10 август – 1,5 долара за евро, а един килограм приемаме за 32 тройунции?

- А) печалба 96 долара Б) загуба 144 долара
В) печалба 216 долара Г) загуба 196 долара
Д) печалба 144 долара

25. По колко различни начина могат да бъдат разпределени 11 еднакви пици между 4 ученици (без да се режат), така че за всеки ученик да има пица?

- А) 120 Б) 240 В) 360 Г) 440 Д) 720

26. Нека $A = \{2^x 3^y : x, y \in \{0; 1; 2\}\}$. Подмножеството $B \subset A$ ще се нарича *неразделно*, ако не съществуват два различни негови елемента, единият от които да дели другия. Колко елемента най-много може да има едно неразделно множество?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

27. Коя е цифрата на единиците на сбора $2011_{(3)} + 2011_{(4)}$, записан в петична бройна система?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

28. Кое е най-малкото естествено число, имащо точно 15 естествени делители?

- А) 48 Б) 96 В) 144 Г) 432 Д) 16 384

29. През 1904 г. две баби от Софийско равно побле тръгнали едновременно по изгрев слънце: едната от *A* за *B*, другата от *B* за *A* (по една и съща пътека с постоянни скорости). В 12 часа те се разминали. Едната пристигнала в 4 ч следобед, а другата – в 9 ч вечерта. Какво си откъснали бабите по пътя?
- А) кокичета Б) свежа коприва В) диви ягодки
Г) меки мушмули Д) банани

30. На колко е равен сборът от първите 5 и последните 5 елемента в списъка, отпечатан от програмата

въведи *n*

fs:= $\{0, 1\}$

за *i* от 1 до *n* и за *j* от 0 до *i* изпълнявай
(*k*:=1; докато $j/i > fs(k)$ изпълнявай *k*:=*k*+1;
ако $j/i < fs(k)$ то вмъкни j/i на позиция *k* в *fs*)
отпечатай *fs*

при въвеждане на 12?

- А) $\frac{7157}{1980}$ Б) $\frac{2763}{1980}$ В) $\frac{25}{12}$ Г) $\frac{50}{12}$ Д) никое от тези

Уточнение. *fs*(*k*) е *k*-ият елемент в списъка *fs*.