ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

9 КЛАС

Задача 1. Корените на уравнението $4x^2-4x-1=0$ са x_1 и x_2 ($x_1<x_2$).

а) Намерете стойността на израза $\left(\frac{1}{x_1}+3\right)^2+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2x_2}+3\right)+\sqrt{18}$.

б) Сравнете по големина изразите $A=x_1^2+4x_2+\frac{9}{8}$ и $B=x_1^3+4x_2^2+\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Задача 2. Една желязна руда съдържа 30% желязо, а друга – 40%. Смес от двете железни руди съдържа 4600 кг желязо. Ако от първата руда се вземат 2000 кг по-малко, а от втората 4000 кг повече, ще се получи смес, чистото съдържание на желязото в която е 35%. По колко тона руда са взети от всеки вид при получаването на първата смес?

Задача 3. Точката M е медицентър на триъгълник ABC, триъгълникът $A_1B_1C_1$ е образ на ABC при транслация с вектор $\overrightarrow{AM}$ и $N=AB_1\cap BM$, $P=AC_1\cap CM$.

а) Докажете, че B_1C_1PN е трапец и правата AM разполовява основите му.

б) Ако четириъгълник B_1C_1MB е вписан в окръжност, докажете, че пресечната точка на правите BB_1 и CM лежи на описаната окръжност около триъгълник ABC.

Задача 4. Всеки участник в телевизионна игра трябва да събере или извади (в произволен ред) числата 2 и 9 и полученото число да изпрати в студиото (има право да участва само веднъж в играта), където компютър събира изпратените числа.

а) Посочете пример за изпратени числа, в който компютърът получава числото 1.

б) Посочете пример, при който се получава числото 2011. Намерете най-малкия брой участници за получаване на 2011.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА